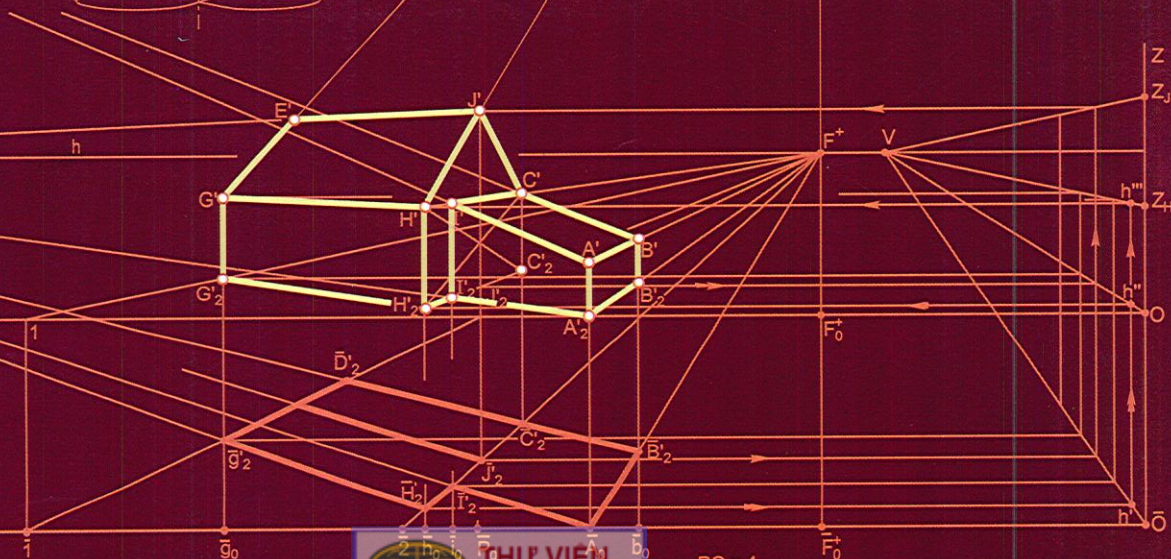
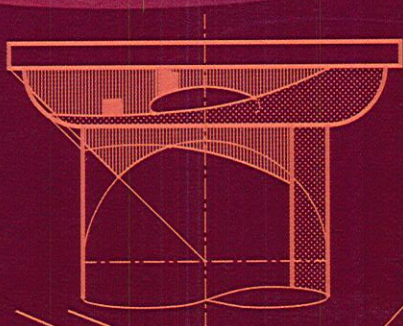


HÌNH HỌC HOẠ HÌNH

TẬP HAI

- Hình chiếu phối cảnh
- Hình chiếu có số
- Bóng trên các hình chiếu



THƯ VIỆN
HUBT

TÀI LIỆU DỊCH VỤ THAM KHẢO NỘI BỘ

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



**THƯ VIỆN
HUBT**

TÀI LIỆU PHỤC VỤ THAM KHẢO NỘI BỘ

NGUYỄN QUANG CỰ – ĐOÀN NHƯ KIM – DƯƠNG TIẾN THỌ

HÌNH HỌC HOẠ HÌNH

Tập hai

- HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH
- HÌNH CHIẾU CÓ SỐ
- BÓNG TRÊN CÁC HÌNH CHIẾU

(Tái bản lần thứ ba)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



NGUYỄN VĂN CƯỜNG - ĐOÀN NGUYỄN - ĐƯƠNG TIẾN HO

HÌNH HỌC HỌA HÌNH

Tập hai

- HÌNH CHIỀU PHOT CẢNH
 - HÌNH CHIỀU CƠ SỞ
 - BÔNG TRÊN CÁC HÌNH CHIỀU
- (Tư bản lần thứ ba)

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
THƯ VIỆN



THƯ VIỆN
HUBT

Ộ VIỆC VỤ THAM KHẢO NỘI BỘ

LỜI GIỚI THIỆU

Bộ sách **HÌNH HỌC HOẠ HÌNH** – Tập một và Tập hai do Ban Thư ký môn học biên soạn, được Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp xuất bản năm 1972, tới nay đã được tái bản nhiều lần. Do yêu cầu đổi mới việc dạy và học nên môn Hình học hoạ hình có những thay đổi về nội dung, dung lượng cũng như phương pháp tiếp cận.

Để phù hợp với những thay đổi trên, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời các tác giả biên soạn lại cuốn **Hình học hoạ hình** – Tập một và Tập hai.

Cuốn **Hình học hoạ hình** – Tập một, được phân công biên soạn như sau:

Phần một: *Phép chiếu* – GVC. Nguyễn Mạnh Dũng

Phần hai: *Phương pháp hai hình chiếu thẳng góc* – GVC. Nguyễn Mạnh Dũng

Phần ba: *Phương pháp hình chiếu trục đo* – PGS.TS. Nguyễn Văn Điểm

Cuốn **Hình học hoạ hình** – Tập hai, được phân công biên soạn như sau:

Phần một: *Hình chiếu Phối cảnh* – PGS.TS. Đoàn Như Kim

Phần hai: *Hình chiếu có số* – GVC. Nguyễn Quang Cự

Phần ba: *Bóng trên các hình chiếu* – PGS. Dương Tiến Thọ

Chúng tôi chân thành cảm ơn Giáo sư Hoàng Văn Thân đã có nhiều đóng góp quý báu cho nội dung các cuốn sách, đồng thời cảm ơn ThS. Trần Xuân Hiếu, ThS. Tô Ngọc Hải, ThS. Bùi Thùy Trang, ThS. Lã Thị Quy, ThS. Phạm Thị Tố Quỳnh đã giúp đỡ các tác giả trong quá trình biên soạn.

Tuy các tác giả có nhiều cố gắng khi biên soạn, nhưng các cuốn sách chắc chắn không tránh khỏi khiếm khuyết. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của bạn đọc để lần tái bản sau các cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Mọi góp ý xin gửi về Công ty Cổ phần Sách Đại học – Dạy nghề – Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 25 Hàn Thuyên – Hà Nội.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Phần một

HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH

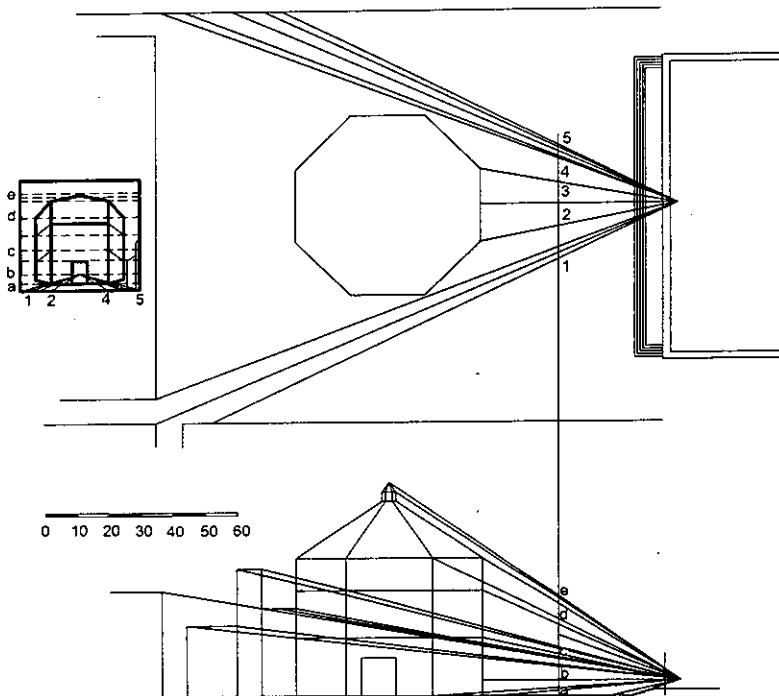
MỞ ĐẦU

I – MỤC ĐÍCH CỦA VIỆC VẼ PHỐI CẢNH

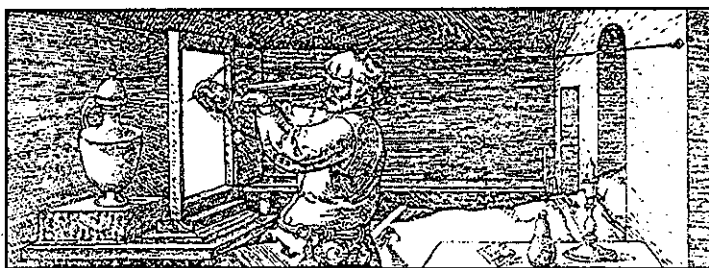
Hình chiếu thẳng góc được dùng rộng rãi trong kỹ thuật, nó là cơ sở của bản vẽ kỹ thuật. Nhưng để đọc được chúng, cần phải có sự chuẩn bị về kiến thức.

Hình chiếu phối cảnh dựa trên phép chiếu xuyên tâm là hình biểu diễn nổi dễ nhìn, dễ hiểu, thể hiện rất rõ độ xa gần. Nó thích hợp để biểu diễn các công trình kiến trúc xây dựng có kích thước lớn.

Hình chiếu phối cảnh được các họa sĩ, các nhà khoa học của thời kỳ phục hưng nghiên cứu khá kỹ như Brunelleschi Filippo, Leon Battista Alberti, Piero della Francesca, Leonard de Vinci, Albert Durer.... (hình I-1, hình I-2).



Hình I-1. Bản vẽ phối cảnh của Brunelleschi Filippo (1377-1446)



Hình 1-2. Phương pháp vẽ phối cảnh (tranh khắc gỗ của Albert Durer, 1471-1528)

Hiện nay với máy tính điện tử và các phần mềm tinh xảo cho phép ta dựng hình phối cảnh rất nhanh chóng từ hình chiếu thẳng góc, nhưng điều đó hoàn toàn không làm giảm sự cần thiết việc học có hệ thống lý thuyết về phối cảnh, để người hoạ sĩ cũng như các nhà thiết kế có thể vẽ nhanh bằng tay các vật thể một cách chính xác.

Đối với công tác thiết kế, người ta thường vẽ phối cảnh ở giai đoạn tìm ý tưởng. Người thiết kế vẽ nhanh hình phối cảnh của công trình từ những điểm nhìn khác nhau, nhằm thể hiện tổng quát ý đồ thiết kế của mình.

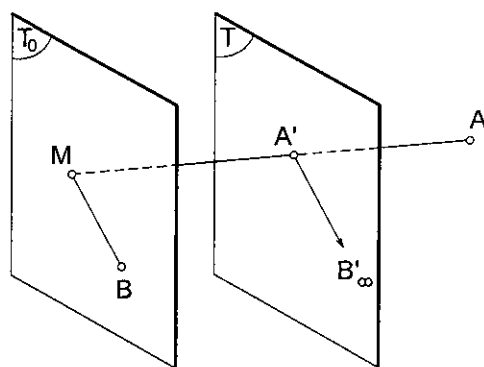
Khi đã chọn được phương án ưng ý, sẽ thể hiện công trình bằng hình chiếu thẳng góc một cách chính xác, sau đó vẫn phải thể hiện qua hình chiếu phối cảnh để kiểm tra lần cuối hình khối của công trình, nhất là đặt chúng trong khung cảnh xung quanh và quan sát từ những điểm nhìn cụ thể. Đôi khi nhờ hình chiếu phối cảnh vẽ ở giai đoạn này, mà người thiết kế phát hiện ra những điểm cần chỉnh sửa trên bản vẽ hình chiếu thẳng góc.

Hình chiếu phối cảnh có thể vẽ trên tranh phẳng thẳng đứng hay nghiêng, cũng có thể vẽ trên tranh cong như mặt cầu, mặt trụ hay mặt nón. Dưới đây chúng ta chỉ nghiên cứu phối cảnh trên tranh phẳng.

II- PHÉP CHIẾU XUYÊN TÂM

Trước khi bước vào việc dựng hình chiếu phối cảnh của các yếu tố hình học cơ bản (điểm, đường thẳng, mặt phẳng), cần nghiên cứu một số tính chất của phép chiếu xuyên tâm.

Giả sử có điểm M trong không gian gọi là *tâm chiếu*, một mặt phẳng T không qua M gọi là *mặt tranh*. T_0 là mặt phẳng qua M và song song với T (hình 1-3).



Hình 1-3

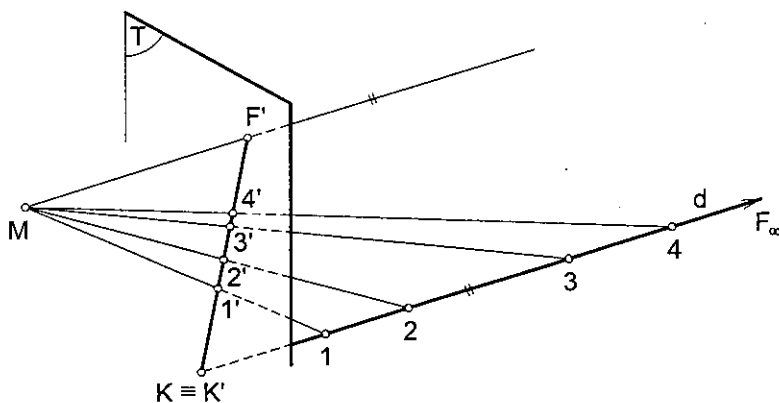
1. Hình chiếu xuyên tâm hay phối cảnh của điểm A trong không gian là giao điểm A' của tia chiếu MA với tranh T .

- Nếu A thuộc mặt tranh, thì A sẽ trùng với hình phối cảnh của nó: $A \equiv A'$.
- Nếu A trùng với M , hình chiếu xuyên tâm A' không xác định.

• Nếu có điểm B thuộc mặt phẳng T_0 và không trùng với M, thì hình chiếu của B sẽ không có, vì tia chiếu MB // tranh T. Nhưng nếu đưa thêm yếu tố vô tận vào, ta có thể nói đường thẳng MB cắt tranh tại một điểm vô tận trên T, và hình chiếu phối cảnh của B là điểm B' vô tận (B'_∞) theo hướng MB.

2. Hình chiếu xuyên tâm của đường thẳng trong không gian không đi qua tâm chiếu là một đường thẳng (hình I-4). Đó chính là giao tuyến của tranh với mặt phẳng xác định bởi tâm chiếu M và đường thẳng trên.

Giả sử có một đường thẳng d không đi qua M. Gọi K là giao của đường thẳng d với mặt phẳng T. Các điểm 1, 2, ... trên d có các hình chiếu xuyên tâm là $1', 2', \dots$. Khi tia chiếu qua M song song với d , ta có hình chiếu xuyên tâm F' của 1 điểm F_∞ mà ta mới bổ sung thêm vào đường thẳng d , để cho giữa các điểm trên d và d' có tương ứng 1-1. Vậy điểm F' là phối cảnh của điểm vô tận F_∞ thuộc đường thẳng d . Nó được gọi là *điểm tụ* của đường thẳng d (hình I-4).



Hình I-4

Sau này, khi nghiên cứu về mặt phẳng, ta cũng quy ước hai mặt phẳng song song cắt nhau theo một đường thẳng vô tận. Ngoài ra ta có nhận xét:

• Các đường thẳng song song có chung một điểm tụ. Đó là giao điểm của tranh với đường thẳng vẽ qua tâm chiếu M và song song với hướng các đường thẳng đó (hình I-4).

• $K \equiv K'$ gọi là vết tranh của đường thẳng d .

Trường hợp đặc biệt:

• Nếu d đi qua tâm chiếu M, phối cảnh của nó suy biến thành một điểm.

• Nếu d nằm trong mặt phẳng T_0 , hình chiếu d' là đường thẳng vô tận của mặt tranh T.

3. Hình chiếu xuyên tâm của một hình phẳng

Giả sử có một mặt phẳng Q bất kỳ (hình I-5). Nó cắt mặt tranh theo đường thẳng v_Q gọi là *vết tranh* của mặt phẳng Q. Qua M vẽ mặt phẳng $Q' // Q$. Hai mặt phẳng song song coi

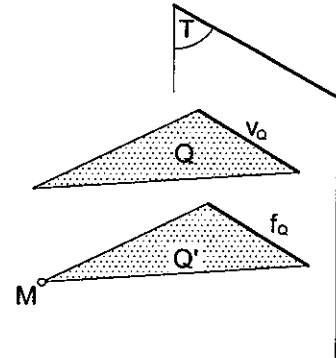
như cắt nhau theo một đường thẳng ở vô tận. Giao tuyến f_Q của Q' với tranh T là phối cảnh của đường thẳng vô tận thuộc mặt phẳng Q .

Giao tuyến f_Q này gọi là *đường tụ* của mặt phẳng Q . Nó là quỹ tích các hình phối cảnh của các điểm vô tận thuộc mặt phẳng Q .

Ta có nhận xét:

Đường tụ và vết tranh song song với nhau ($f_Q // v_Q$).

Các mặt phẳng song song đều có chung một đường tụ, đó là giao tuyến của mặt phẳng vẽ qua tâm chiếu M và song song với các mặt phẳng trên.



Hình I-5

4. Tỷ số kép

Tỷ số đơn của 3 điểm thẳng hàng A, B, C được ký hiệu (ABC) và được định

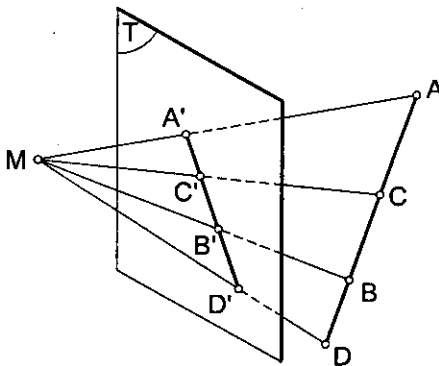
$$\text{nghĩa bằng: } (ABC) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

Tỷ số kép của 4 điểm A, B, C, D thẳng hàng được ký hiệu $(ABCD)$ và được định

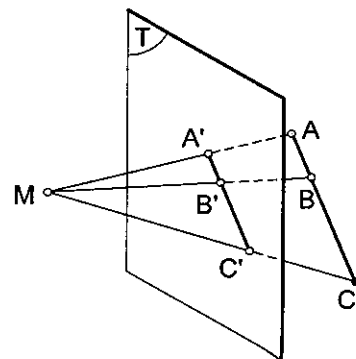
$$\text{nghĩa bằng: } (ABCD) = \frac{(ABC)}{(ABD)} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} : \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$$

Chú ý:

- Phép chiếu xuyên tâm bảo toàn tỷ số kép (hình I-6).
- Trong trường hợp phép chiếu xuyên tâm, tỷ số đơn được bảo toàn khi các điểm A, B, C nằm trên đường thẳng song song với mặt tranh (hình I-7).



Hình I-6



Hình I-7

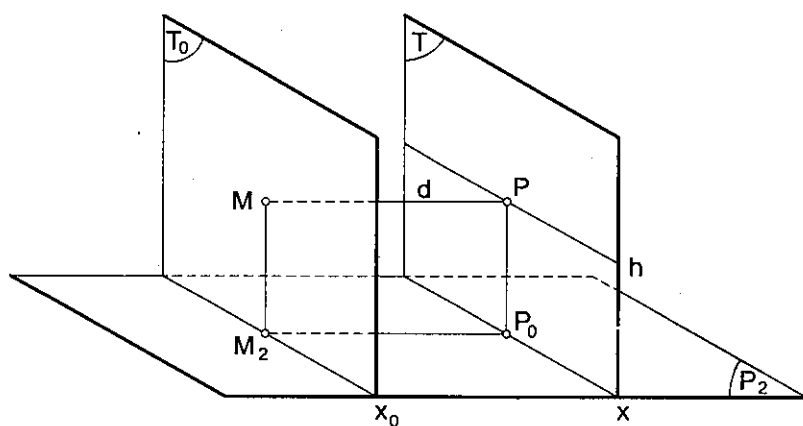
Chương I

BIỂU DIỄN CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC CƠ BẢN

I- HỆ THỐNG HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH

Để vẽ hình chiếu phối cảnh trên tranh thẳng đứng, cần có một hệ thống hình chiếu phối cảnh gồm các yếu tố sau (hình I-8):

- Mặt tranh thẳng đứng T, trên đó sẽ vẽ hình chiếu phối cảnh.
- Mặt phẳng vật thể P_2 nằm ngang, trên đó sẽ đặt các vật thể cần vẽ phối cảnh.
- Điểm nhìn M, hay mắt người quan sát. M_2 là chân người quan sát.
- Đường thẳng vuông góc hạ từ M đến mặt tranh gọi là tia chính. Chân đường vuông góc P trên tranh gọi là *điểm chính*. Khoảng cách MP gọi là khoảng cách chính (ký hiệu là d).
- Hai mặt phẳng T và P_2 giao nhau theo đường thẳng (x) gọi là đáy tranh.
- Qua điểm chính P, vẽ đường thẳng nằm ngang h song song với đáy tranh gọi là *đường chân trời*. Dễ dàng nhận thấy mặt phẳng xác định bởi điểm M và đường chân trời h làm thành một mặt phẳng nằm ngang gọi là *mặt phẳng tâm mắt*.
- Mặt phẳng T_0 qua M và song song với mặt tranh gọi mặt phẳng trung hòa. Không gian phía trước T_0 (tức là chứa mặt tranh T) gọi là không gian vật thể. Không gian ở sau T_0 gọi là không gian khuất.



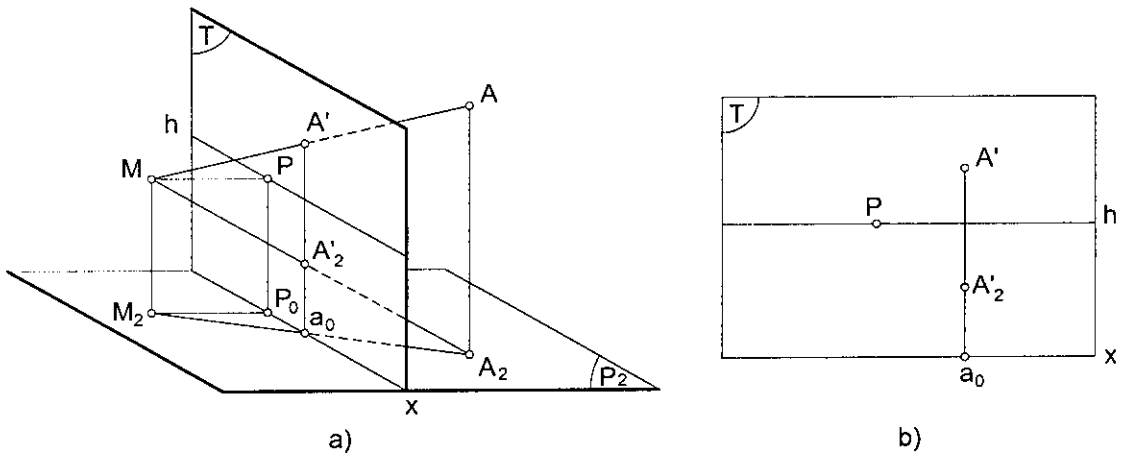
Hình I-8

II- PHỐI CẢNH CỦA ĐIỂM

Giả sử có điểm A trong không gian. A_2 là hình chiếu bằng của nó (H.I.9a) Giao của tia chiếu MA với tranh T cho ta điểm A' gọi là *phối cảnh* của điểm A.

Giao của tia chiếu $M A_2$ với tranh T cho ta điểm A'_2 , là *phối cảnh chân* của điểm A.

Dễ dàng thấy rằng $A' A'_2$ nằm trên đường đồng thẳng đứng vuông góc với đáy tranh tại điểm a_0 . ($a_0 = x \cap M_2 A_2$).



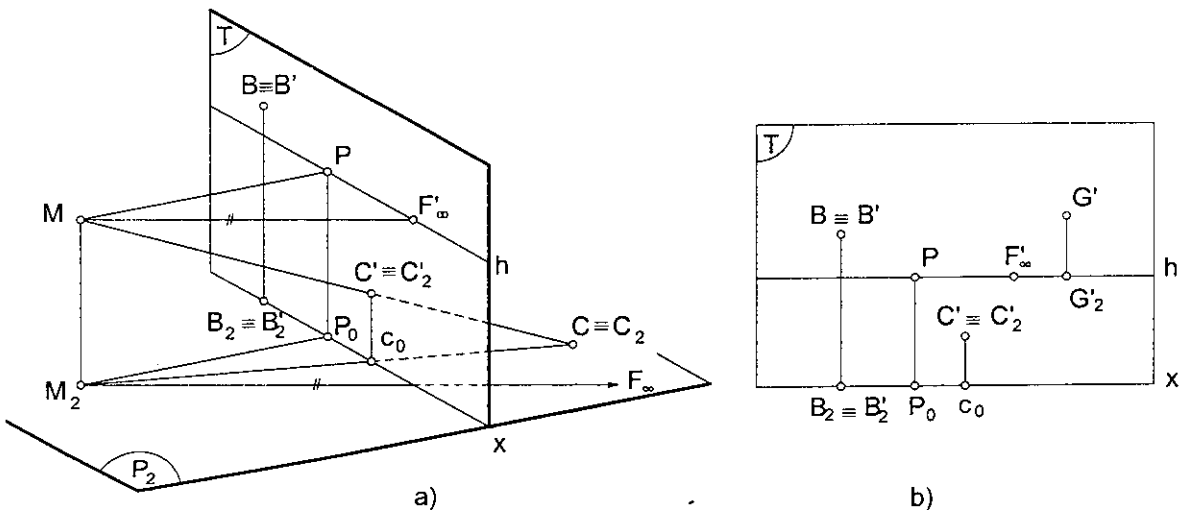
Hình 1-9

Trong hình chiếu phối cảnh, điểm A có hai hình chiếu là A' và A'_2 trên mặt tranh.

Ngược lại, từ A' và A'_2 (với $A' A'_2 \perp x$) có thể lập lại được điểm A trong không gian.

Cặp điểm (A', A'_2) gọi là *đồ thức phối cảnh* (hay hình biểu diễn) của điểm A (hình 1-9b).

Các điểm đặc biệt: (hình 1-10).



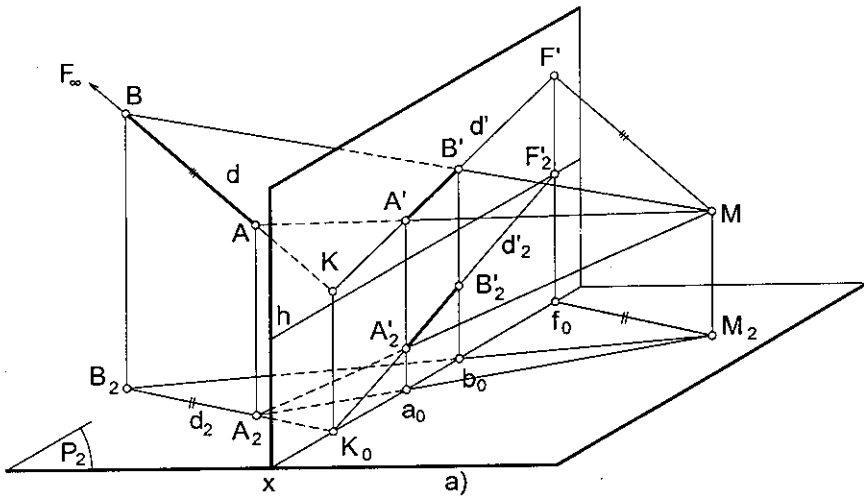
Hình 1-10

- Điểm B nằm trên tranh: $B' \equiv B$ và B'_2 nằm trên đáy tranh x.
- Điểm C nằm trên P_2 : vì $C \equiv C_2 \Rightarrow C' \equiv C'_2$.
- Điểm F_∞ xa vô tận trên P_2 : F'_∞ nằm trên đường chân trời h (vì tia chiếu $MF'_\infty // P_2$)
- Điểm G_∞ xa vô tận trong không gian: Hình chiếu bằng của nó tất nhiên cũng xa vô tận nên phối cảnh chân của G là G'_2 nằm trên đường chân trời h. Còn G' nằm phía trên hay dưới đường chân trời là tùy thuộc điểm G cao hơn hay thấp hơn mặt phẳng tâm mắt (ta sẽ có dịp gặp lại điểm vô tận này khi học phối cảnh đường thẳng bất kỳ – hình I-11).

III- PHỐI CẢNH ĐƯỜNG THẲNG

Giả sử d là đường thẳng bất kỳ (đường thẳng thường). Muốn vẽ phối cảnh của d , cần vẽ phối cảnh hai điểm AB thuộc đường thẳng đó (hình I-11a).

Vậy: $d' \equiv A'B'$ và $d'_2 \equiv A'_2B'_2$



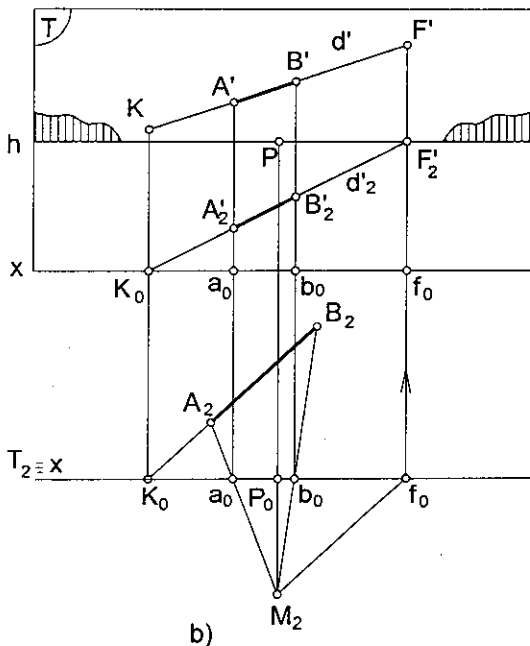
Hình I-11a

Trong phối cảnh, một đường thẳng còn có thể được xác định bởi vết tranh và điểm tụ của nó:

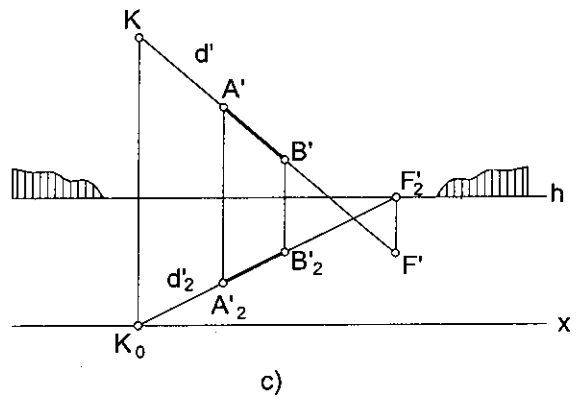
- Vết tranh của đường thẳng là giao điểm của đường thẳng với mặt tranh: Muốn tìm vết tranh K, người ta kéo dài $A'_2 B'_2$ đến gặp đáy tranh tại K_0 , rồi dóng lên (hình I-11b).

- Ở trên ta đã biết, điểm tụ là phối cảnh của điểm vô tận thuộc đường thẳng. Hình I.11a chỉ rõ: muốn có điểm tụ của đường thẳng, người ta vẽ qua điểm nhìn đường thẳng song song với đường thẳng d đã cho. Giao điểm F' của đường thẳng này với tranh cho ta điểm tụ của d . Trên đồ thức (hình I-11b và c), muốn tìm điểm tụ người ta kéo dài $A'_2 B'_2$

đến gặp h tại F'_2 , rồi dóng lên (hoặc xuống) đến gặp $A'B'$ tại F' . Nếu đường thẳng hướng lên phía trên, điểm tụ F' ở phía trên đường chân trời. Ngược lại, nếu đường thẳng hướng xuống dưới, điểm tụ sẽ ở phía dưới đường chân trời (hình I-11c).



Hình I-11b



Hình I-11c

Trên hình I.11b, ở phía dưới tranh T, chỉ cách xác định trên mặt vật thể điểm f_0 nằm trên đáy tranh, bằng cách kẻ $M_2 f_0$ song song với $A_2 B_2$ đến gặp trục $x \equiv T_2$. Có f_0 dóng thẳng lên, được F'_2 nằm trên đường chân trời h .

1. Các đường thẳng đặc biệt

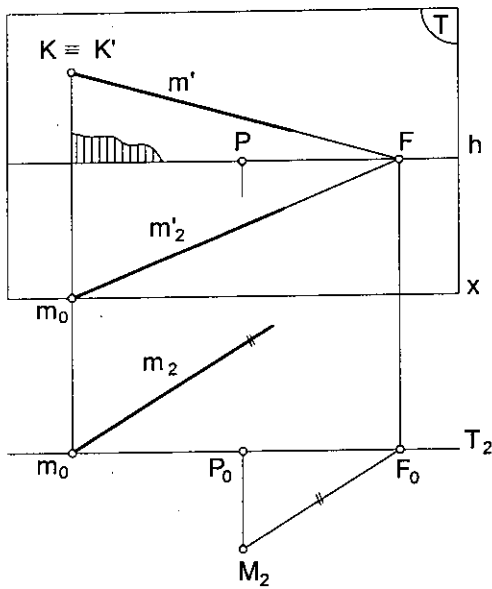
Trước tiên cần nhận xét rằng, nếu đường thẳng đi qua điểm nhìn (M) thì phối cảnh của nó suy biến thành một điểm. Chúng ta hay gặp các trường hợp đặc biệt sau:

– Đường bằng (đường thẳng song song với mặt phẳng vật thể) (hình I-12) có điểm tụ F nằm trên đường chân trời h .

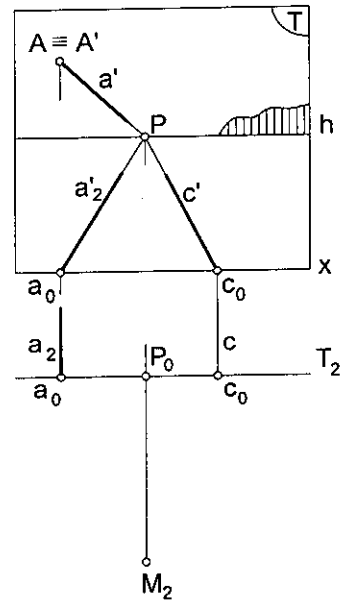
– Đường thẳng vuông góc với mặt tranh: Ở đây đường thẳng a cũng là một đường bằng; nhưng điểm tụ của nó là điểm chính P (hình I-13). Trên hình này, đường thẳng c nằm trên mặt vật thể.

– Đường thẳng nằm trong mặt phẳng vật thể nhưng nghiêng 45° so với mặt tranh: Hình I.14 vẽ hai đường thẳng làm với đáy tranh các góc bằng 45° ; điểm tụ của chúng là các điểm cự ly D^- hoặc D^+ (ở cách điểm chính P một đoạn bằng khoảng cách chính d).

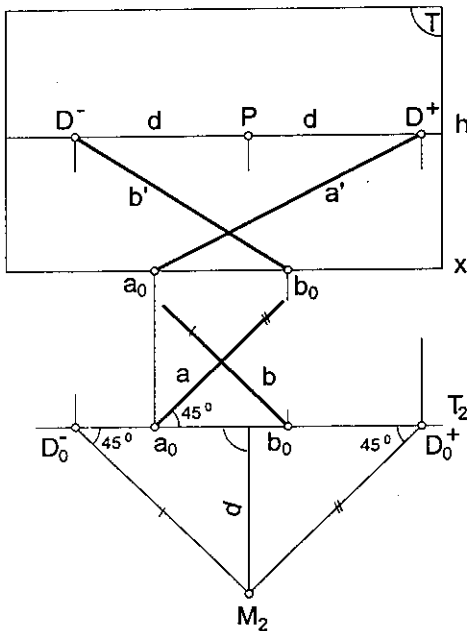
– Đường thẳng nằm trong mặt vật thể và đi qua chân người quan sát M_2 (hình I-15):
 Giả sử trên P_2 có hai đường thẳng a và b đi qua M_2 , phối cảnh của chúng là các đường thẳng
 vuông góc với đáy tranh tại các vết tranh a_0, b_0 (xem hình I-9a).



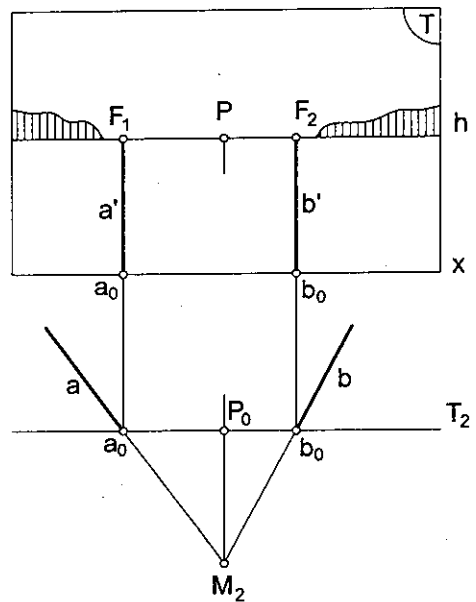
Hình I-12



Hình I-13

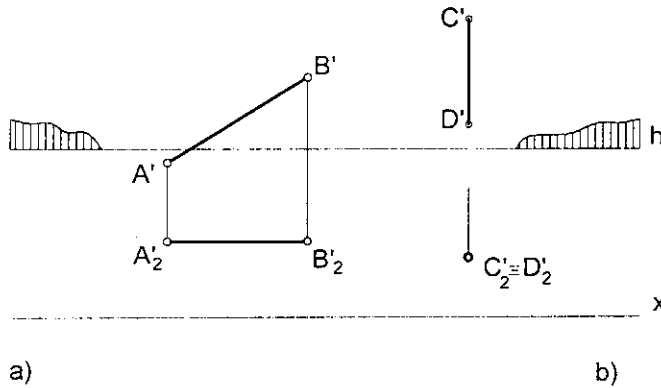


Hình I-14



Hình I-15

Ngoài ra còn hay gặp đường thẳng song song với với mặt tranh (hình I-16a) và đường thẳng vuông góc với mặt vật thể (hình I-16b).

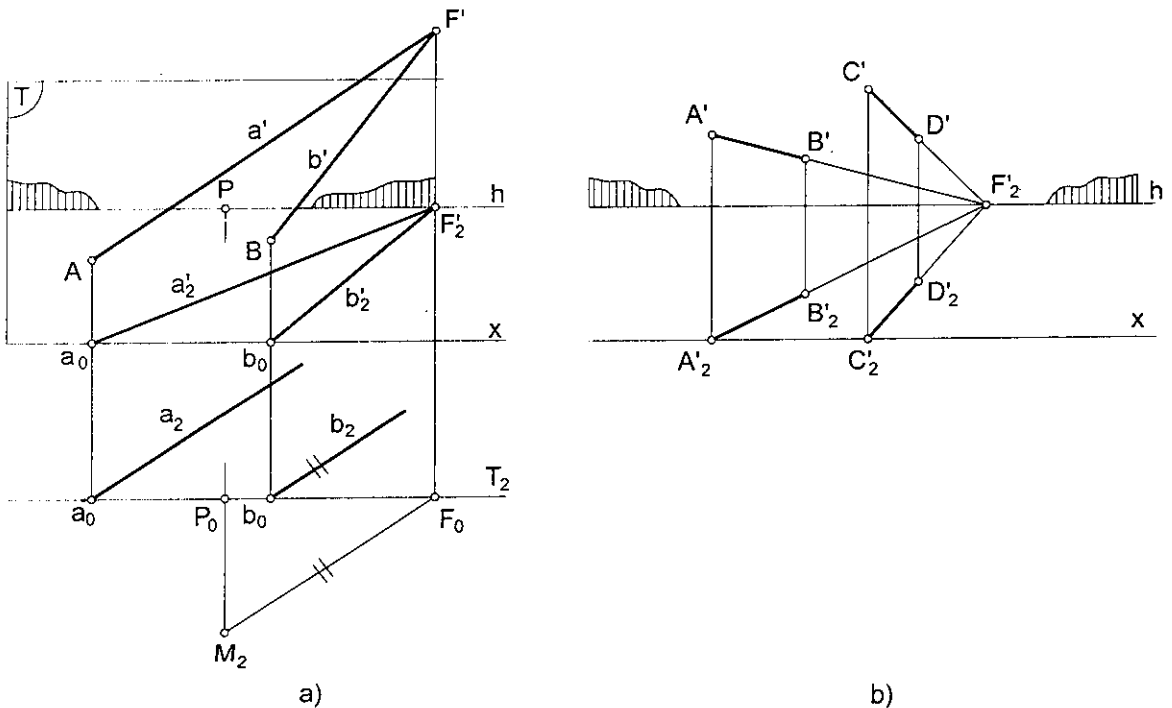


Hình I-16

2. Các đường thẳng song song

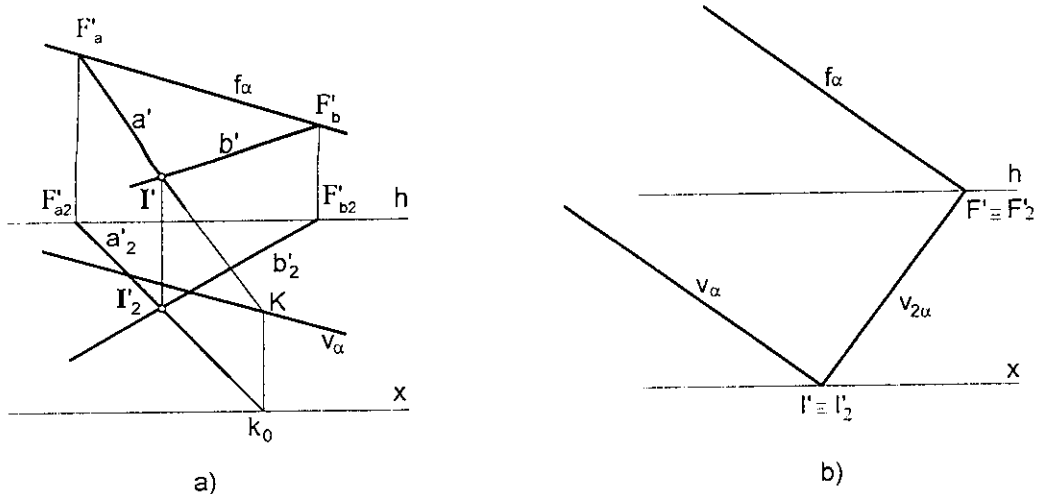
Nếu có hai đường thẳng bất kỳ song song, phối cảnh của chúng cắt nhau tại một điểm gọi là *điểm tụ*. Thật vậy, quan sát hình I-11a, nếu có đường thẳng CD song song với đường thẳng AB thì từ mắt người quan sát, ta cũng chỉ vẽ được một tia chiếu. Nó gặp tranh T tại điểm F'. Hình I-17a trình bày phối cảnh của hai đường thẳng song song a và b hướng lên trên (F' ở phía trên đường chân trời). Trên hình này, ở phía dưới tranh T, có chỉ rõ cách xác định F₀, từ đó suy ra F' và F'₂ trên mặt tranh. Cần chú ý:

- Các đường bằng song song có điểm tụ nằm trên đường chân trời (hình I-17b);
- Các đường thẳng song song với mặt tranh tất nhiên không có điểm tụ.



Hình I-17





Hình 1-18

IV- PHỐI CẢNH MẶT PHẪNG

Phối cảnh của mặt phẳng được xác định bằng phối cảnh của các yếu tố xác định nó. Ví dụ trên hình 1.18a mặt phẳng được xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau a và b. Trên hình 1-20 mặt phẳng α của mái nhà được xác định bằng các đường thẳng song song. Muốn vẽ phối cảnh của nó, cần vẽ phối cảnh của ba điểm A (A', A'_2); B (B', B'_2); C (C', C'_2) thuộc α .

Mặt phẳng cũng có thể được xác định bởi đường tụ và vết tranh (hình 1-18b). Chúng song song nhau (xem hình 1-5). Đường thẳng $I' F'$ gọi là vết bằng ($v_{2\alpha}$) của mặt phẳng.

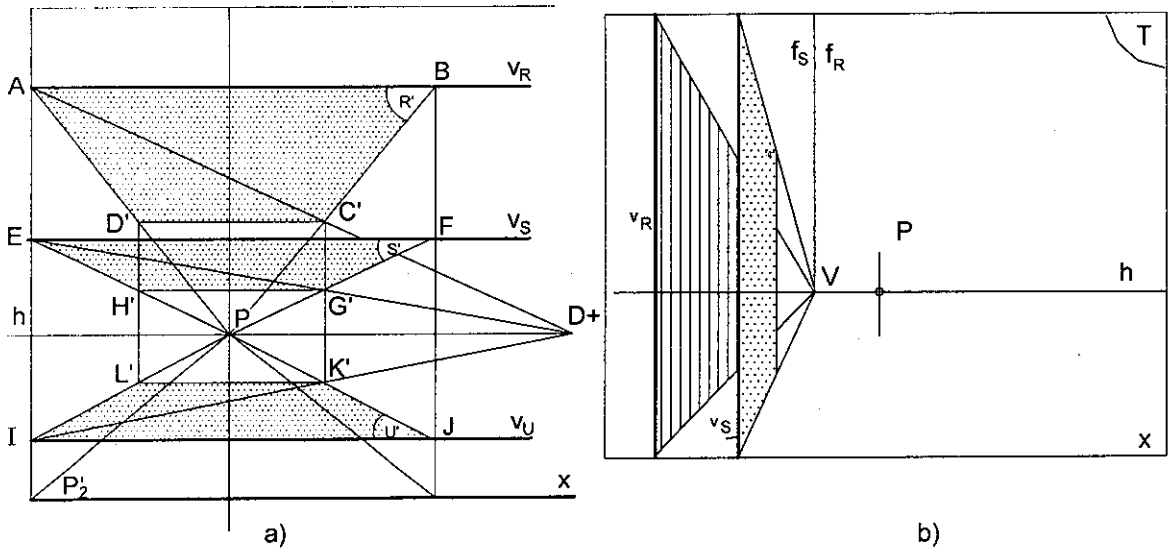
Trên hình 1.18a chỉ rõ cách tìm đường tụ f_α bằng cách tìm điểm tụ của từng đường thẳng (F'_a, F'_b), rồi nối chúng lại. Vết tranh v_α vẽ song song với với đường tụ và đi qua vết tranh K của đường thẳng a.

Một số mặt phẳng đặc biệt: Mặt phẳng bằng có đường tụ là đường chân trời h. Hình 1-19a vẽ một số mặt phẳng bằng, trong đó mặt phẳng R, S ở trên mặt phẳng tầm mắt, còn mặt phẳng U ở dưới mặt phẳng tầm mắt.

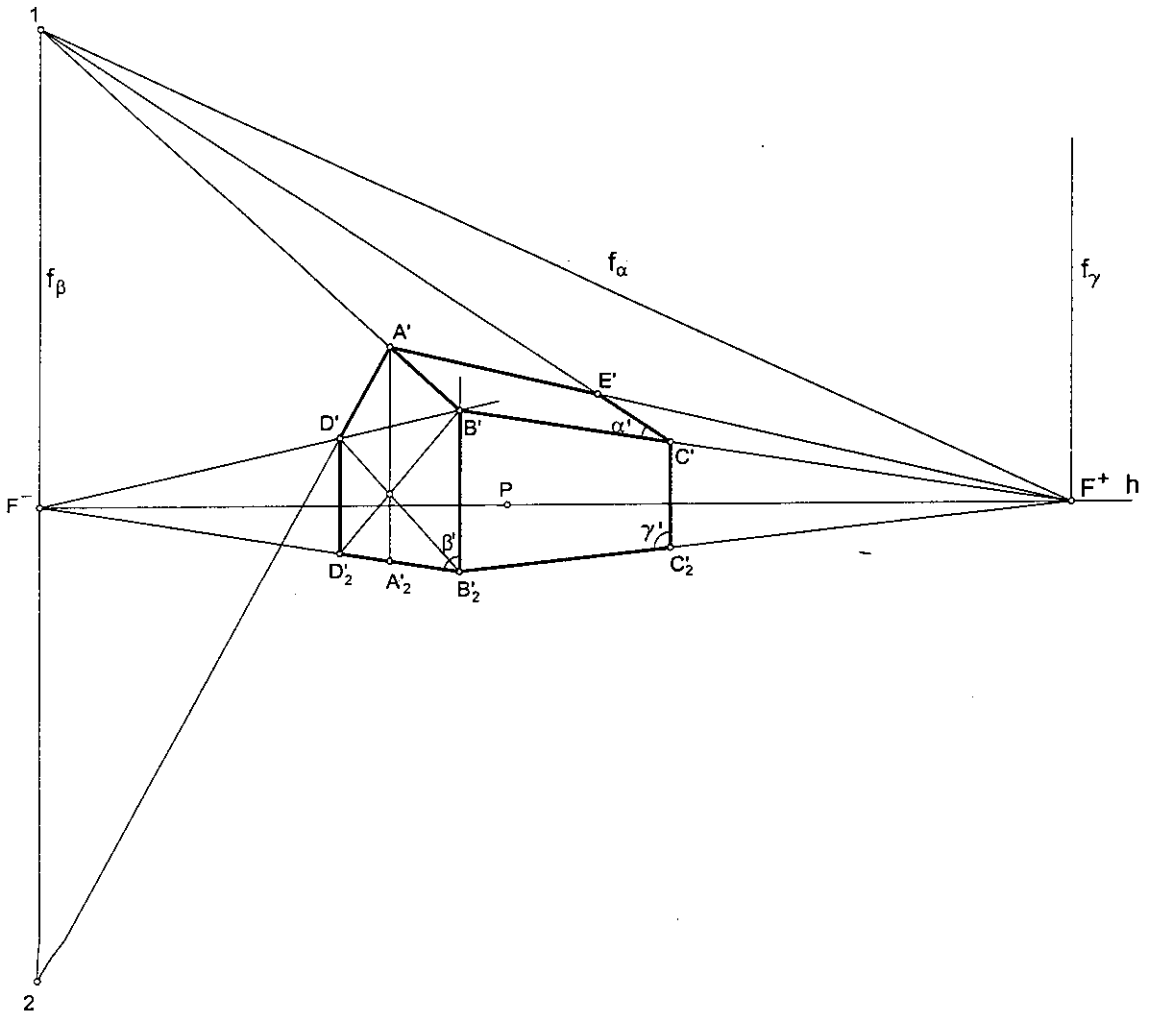
Mặt phẳng chiếu bằng (vuông góc với mặt vật thể): có vết tranh và đường tụ thẳng đứng. Hình 1-19b vẽ hai mặt phẳng thẳng đứng R và S song song nhau. Chúng có chung đường tụ $f_R \equiv f_S$.

Hình 1-20 cho ví dụ về các mặt phẳng khác nhau của một ngôi nhà. Mặt tường hồi β thẳng đứng có đường tụ f_β là đường thẳng vuông góc với đáy tranh và đi qua điểm tụ F^- . Tương tự đối với mặt phẳng γ , đường tụ f_γ đi qua F^+ cũng vuông góc với đáy tranh.

Mái nghiêng α xác định bởi các đường thẳng song song. Đường tụ f_α đi qua điểm F^+ (là điểm tụ của AE và BC) và điểm 1 (là điểm tụ của AB và EC).



Hình 1-19



Hình 1-20

Chương 2

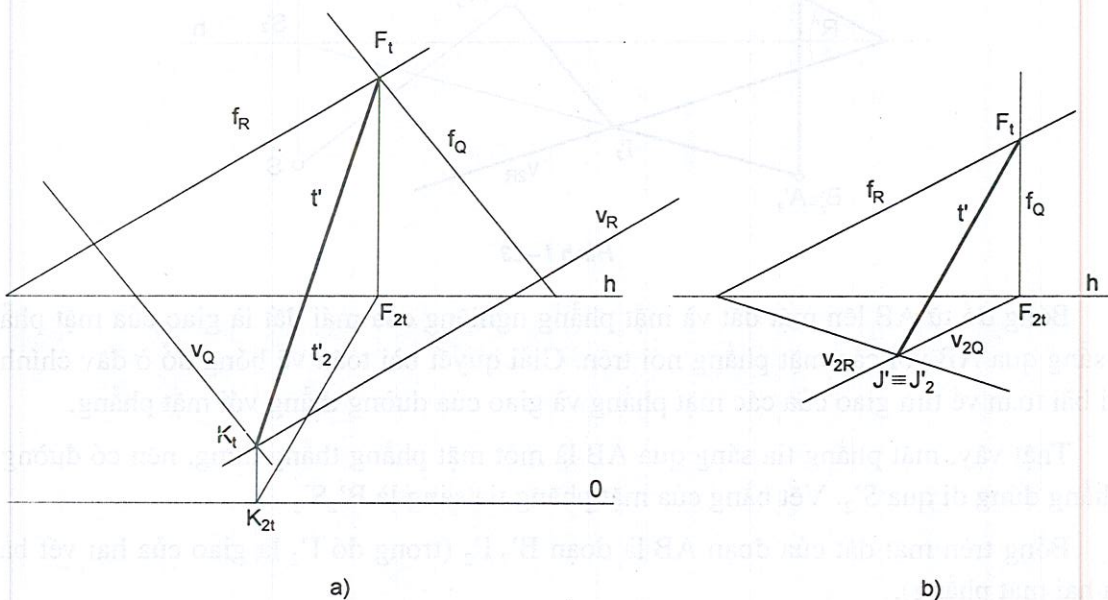
MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ VỊ TRÍ VÀ LƯỢNG

I- GIAO CỦA HAI MẶT PHẪNG VÀ GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẪNG

1. Giao của hai mặt phẳng

Nếu các mặt phẳng được cho bởi các vết tranh và các đường tụ (ví dụ mặt phẳng R cho bởi f_R và v_R ; mặt phẳng Q cho bởi f_Q và v_Q) thì trên hình phối cảnh giao tuyến t' của chúng là đường thẳng nối giao của các đường tụ (F_t) với giao của các vết tranh (K_t) (hình I-21a).

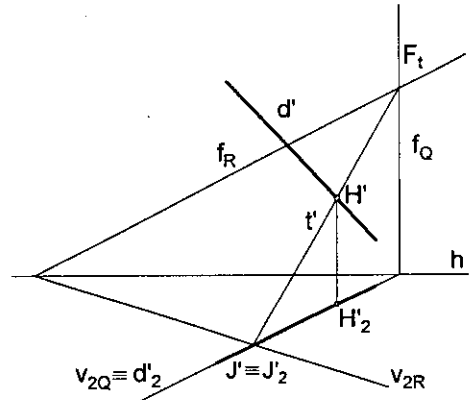
Có t' , dễ dàng tìm được phối cảnh chân t'_2 của đường thẳng t' . Trong một số trường hợp có thể sử dụng giao của các vết bằng của các mặt phẳng đã cho (hình I-21b). Ví dụ: Giao tuyến của mặt phẳng nghiêng R (f_R, v_{2R}) và mặt phẳng chiếu bằng Q (f_Q, v_{2Q}) là đường thẳng nối F_t với điểm J' là giao của hai vết bằng.



Hình I-21

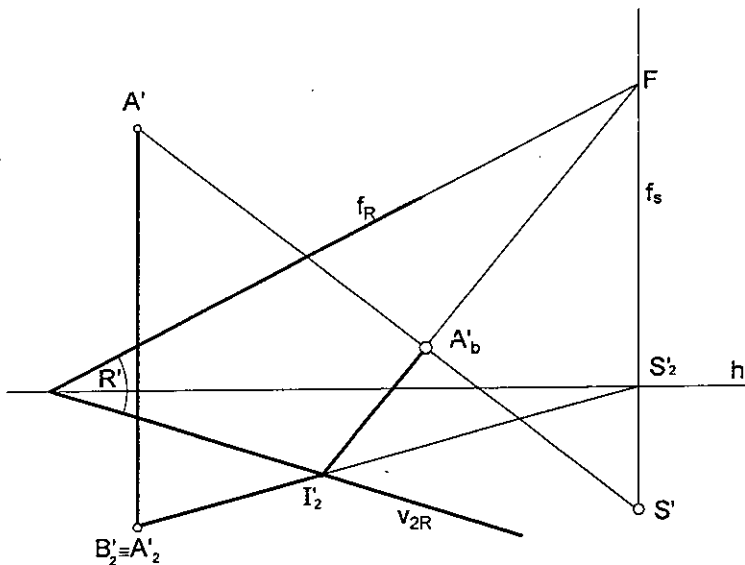
2. Giao của đường thẳng và mặt phẳng

Vấn dùng phương pháp mặt phụ trợ như trong hình chiếu thẳng góc, với các bước: lập mặt phẳng phụ trợ (thường là các mặt phẳng chiếu) chứa đường thẳng; tìm giao của mặt phẳng phụ trợ với mặt phẳng đã cho; tìm giao của đường thẳng với giao tuyến trên. Hình I-22 cho ví dụ về tìm giao (H') của mặt phẳng R (f_R, v_{2R}) với đường thẳng $d(d', d'_2)$. Mặt phẳng phụ trợ là mặt phẳng chiếu bằng Q (vết bằng $v_{2Q} \equiv d'_2$).



Hình I-22

Ví dụ ứng dụng: Tìm bóng đổ của cột AB thẳng đứng lên mặt đất (mặt phẳng vật thể) và mái đất (R) xác định bởi đường tụ và vết bằng. Cho biết mặt trời có hình chiếu phối cảnh là S', S'_2 (hình I-23).



Hình I-23

Bóng đổ từ AB lên mặt đất và mặt phẳng nghiêng của mái đất là giao của mặt phẳng tia sáng qua AB với các mặt phẳng nói trên. Giải quyết bài toán vẽ bóng đổ ở đây chính là giải bài toán về tìm giao của các mặt phẳng và giao của đường thẳng với mặt phẳng.

Thật vậy, mặt phẳng tia sáng qua AB là một mặt phẳng thẳng đứng, nên có đường tụ f_s thẳng đứng đi qua S'_2 . Vết bằng của mặt phẳng tia sáng là $B'_2S'_2$.

Bóng trên mặt đất của đoạn AB là đoạn $B'_2I'_2$ (trong đó I'_2 là giao của hai vết bằng của hai mặt phẳng).

Giao tuyến giữa mái đất và mặt phẳng tia sáng có phối cảnh là đường thẳng $I_2'F$ (F là giao của hai đường tụ). Tia sáng $A'S'$ gặp $I_2'F$ tại điểm A'_b . Đó là bóng đổ của đầu mút A lên mái đất. Đoạn thẳng $I_2'A'_b$ cho ta bóng đổ của AB lên mặt này.

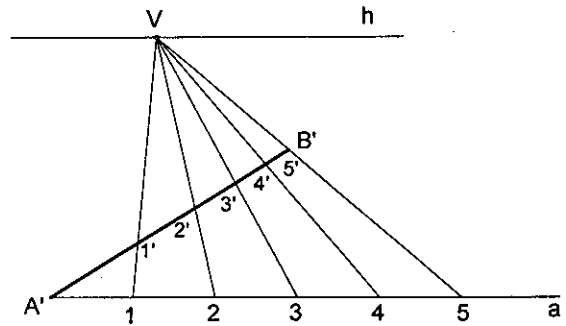
II- CHIA ĐOẠN THẲNG RA MỘT SỐ PHẦN THEO MỘT TỶ LỆ CHO TRƯỚC

1. Đoạn thẳng nằm trong mặt phẳng vật thể

Giả sử muốn chia đoạn thẳng AB thuộc P_2 ra 5 phần bằng nhau.

- Nếu đoạn thẳng song song với đáy tranh ($A'B' // x$), việc chia tiến hành bình thường như trên hình chiếu thẳng góc (áp dụng định lý Talét—xem sách Vẽ kỹ thuật).

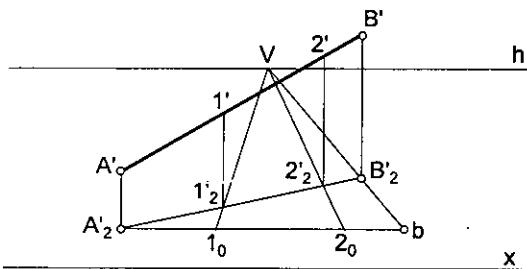
- Nếu AB nghiêng so với đáy tranh (hình I-24): qua điểm A' vẽ đường thẳng a song song với đáy tranh. Trên đó lấy 5 đoạn bằng nhau bất kỳ. Đường thẳng $B'5$ cắt đường chân trời tại một điểm V . Chiếu các điểm 1, 2, ..., 5 từ điểm V lên đoạn thẳng $A'B'$ thì được các điểm chia cần tìm. V chính là điểm tụ của các đường thẳng song song trong định lý Talét áp dụng vào đây (ở trên mặt P_2).



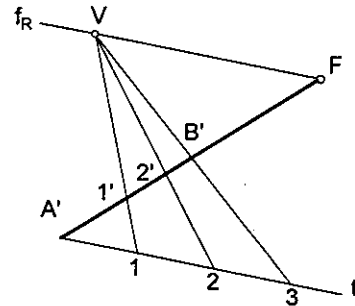
Hình I-24

2. Đoạn thẳng trong không gian (hình I-25a)

Giả sử có đoạn thẳng AB trong không gian, phối cảnh chân là $A_2'B_2'$. Muốn chia $A'B'$ ra thành ba phần theo một tỷ lệ nào đó; đầu tiên chia phối cảnh chân của đoạn thẳng theo tỷ lệ trên (như đã làm ở mục 1). Dóng các điểm $1_2', 2_2', B_2'$ lên $A'B'$ thì được các điểm $1', 2'...$ (hình I-25a).



a)

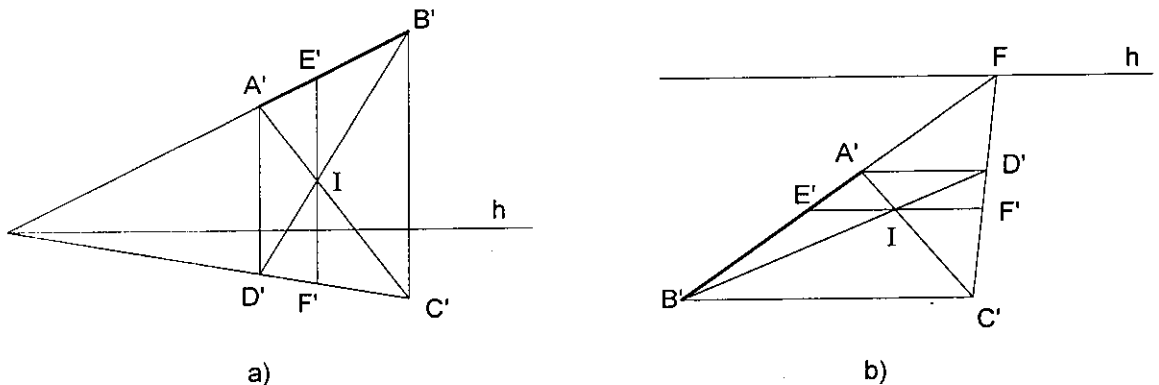


b)

Hình I-25

Có thể làm theo cách sau: Giả sử có phối cảnh $A'B'$ của đoạn thẳng AB bất kỳ với điểm tụ là F . Cần chia AB thành ba phần bằng nhau. Qua AB dựng một mặt phẳng R bất kỳ. Muốn vậy, qua điểm F vẽ đường tụ f_R bất kỳ và qua A' , vẽ đường thẳng $A't$ song song với f_R . Trên $A't$ lấy ba đoạn thẳng bằng nhau (1,2,3). Đường thẳng $3B'$ cắt f_R tại điểm V . Chiếu từ V các điểm 1, 2, 3 lên $A'B'$ thì được ba đoạn bằng nhau trên hình phối cảnh (hình I-25b), V là điểm tụ của các đường thẳng song song vẽ qua các điểm 1, 2, 3 và thuộc mặt phẳng R .

Chú thích: Trong thực hành, khi cần chia đoạn thẳng AB có vị trí không song song với tranh ra làm hai phần bằng nhau, có thể sử dụng tính chất các đường chéo của hình chữ nhật hay hình bình hành cắt nhau ở trung điểm của chúng (hình I-26 a,b).



Hình I-26

III- TÌM HÌNH THẬT CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG

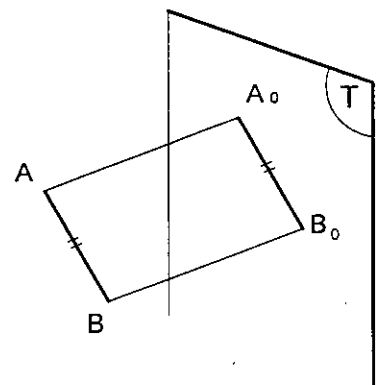
Trong hình chiếu phối cảnh, độ dài đoạn thẳng được xác định bằng cách chiếu không biến dạng đoạn thẳng lên mặt tranh.

1. Đoạn thẳng AB song song với tranh

Nếu AB song song với tranh, thì mọi phép chiếu song song bất kỳ đều chiếu AB lên tranh thành đoạn A_0B_0 dài bằng thật (hình I-27).

- Đoạn thẳng AB song song với đáy tranh (hình I-28a): hướng chiếu xác định bởi một điểm tụ F , các tia chiếu song song đã đưa $A'B'$ lên đáy tranh thành đoạn A_0B_0 bằng chiều dài của AB .

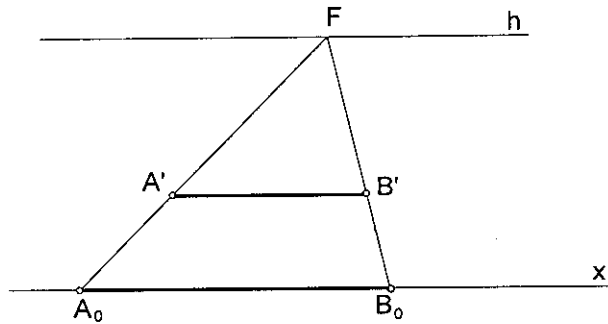
- Đoạn thẳng AB thẳng đứng (hình I-28b): Chọn hướng chiếu song song với mặt vật thể (xác định bởi một điểm tụ F trên h), các tia chiếu song song này đưa $A'B'$ lên vết tranh



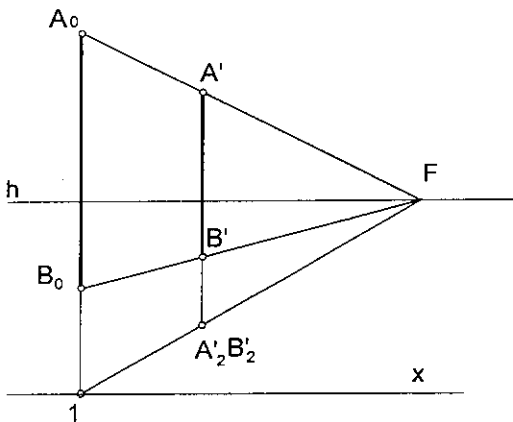
Hình I-27

thẳng đứng của mặt phẳng tia chiếu thành A_0B_0 . Phương pháp này áp dụng để vẽ độ cao của một điểm trong không gian (chương III, hình I-39b).

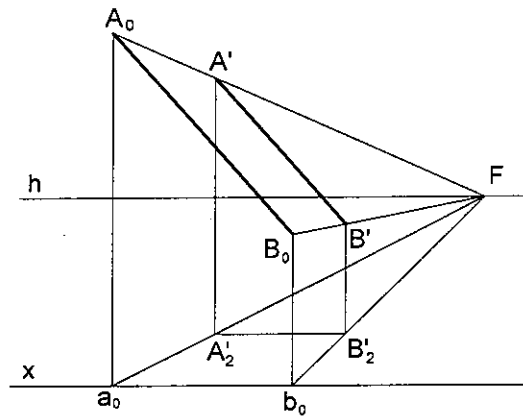
- Đoạn thẳng AB song song với mặt tranh: phối cảnh chân ($A_2' B_2'$) của đoạn thẳng song song với trục x ; chiếu phối cảnh chân lên đáy tranh trước, được a_0b_0 , từ đó dựng lên, suy ra đoạn A_0B_0 dài bằng thật (hình I-28 c).



a)



b)



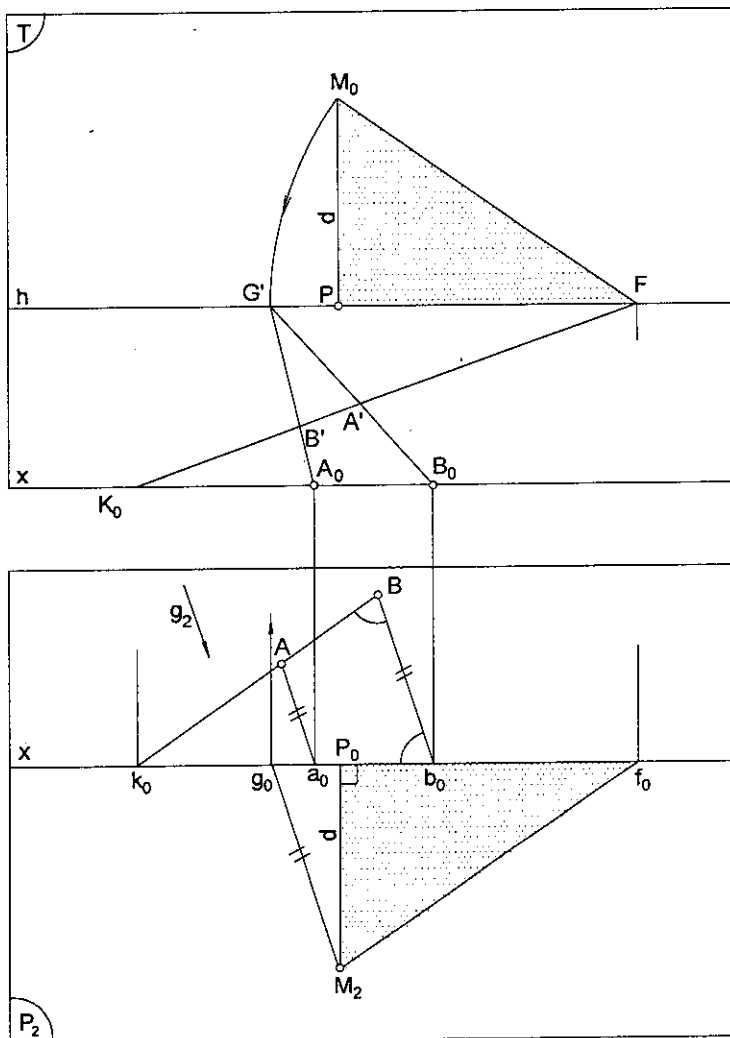
c)

Hình I-28

2. Đoạn thẳng AB nằm trong mặt vật thể có vị trí bất kỳ

Giả sử trên tranh T có $A'B'$ là phối cảnh của đoạn thẳng AB nằm trên P_2 , với điểm tụ là F và vết tranh là K_0 (hình I-29). Muốn tìm hình thật của AB , ta làm như sau:

Trên mặt vật thể P_2 phải tìm được hướng chiếu không biến dạng AB lên đáy tranh. Nó phải nghiêng đều giữa AB và đáy tranh. Trên mặt bằng ta thấy Aa_0, Bb_0 là hướng chiếu cần tìm. Đó là đáy của các tam giác cân mà đỉnh là k_0 . Điểm tụ của hướng g_2 này là G' (trên mặt bằng, vẽ $M_2g_0 // Aa_0$; từ g_0 dựng lên $h \Rightarrow G'$). Chiếu $A'B'$ từ điểm G' lên đáy tranh x , thì được đoạn A_0B_0 dài bằng AB .



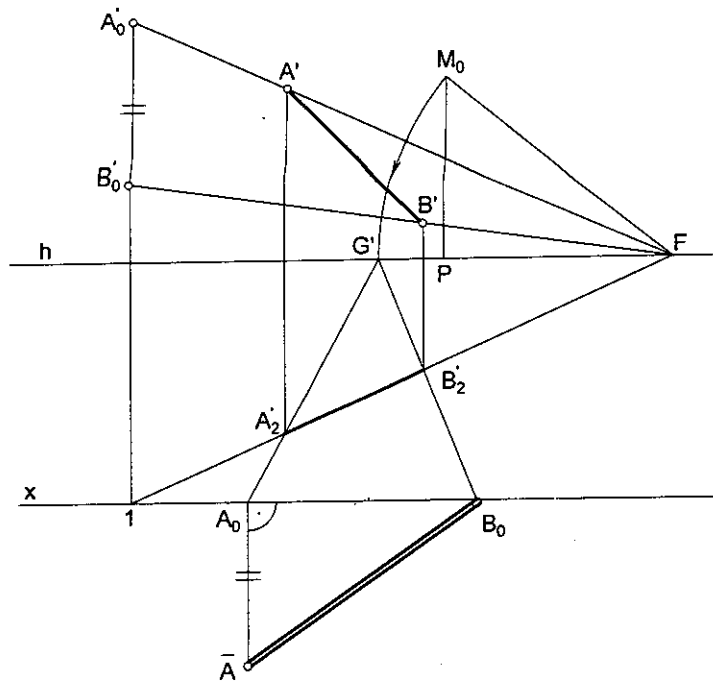
Hình 1-29

Ta thấy trên tranh, điểm G' đúng cách điểm F đúng bằng đoạn f_0 . $g_0 = M_2f_0$, mà M_2f_0 là đường huyền của tam giác vuông có một cạnh góc vuông là P_0f_0 , cạnh kia bằng khoảng cách chính (d). Do đó, trên tranh, có thể dựng được G' bằng cách đặt $PM_0 = d$ và $\perp h$, nối FM_0 . Dùng compa đưa M_0 theo hướng mũi tên về G' trên đường chân trời; G' gọi là *điểm đo* của đoạn thẳng AB (chú ý mỗi đường thẳng có hai điểm đo ứng với hai hướng nghiêng đều).

Từ cách tìm hình thật của đoạn thẳng nói ở trên, ta cũng có thể giải được bài toán: đặt một đoạn thẳng có chiều dài cho trước lên hình phối cảnh của một đường thẳng thuộc mặt vật thể, khi biết khoảng cách chính (d) và điểm chính P .

Chú thích: Muốn tìm hình thật của một đoạn thẳng bất kỳ AB trong không gian ($A'B'$; A_2B_2) có thể làm như sau (H.I.30):

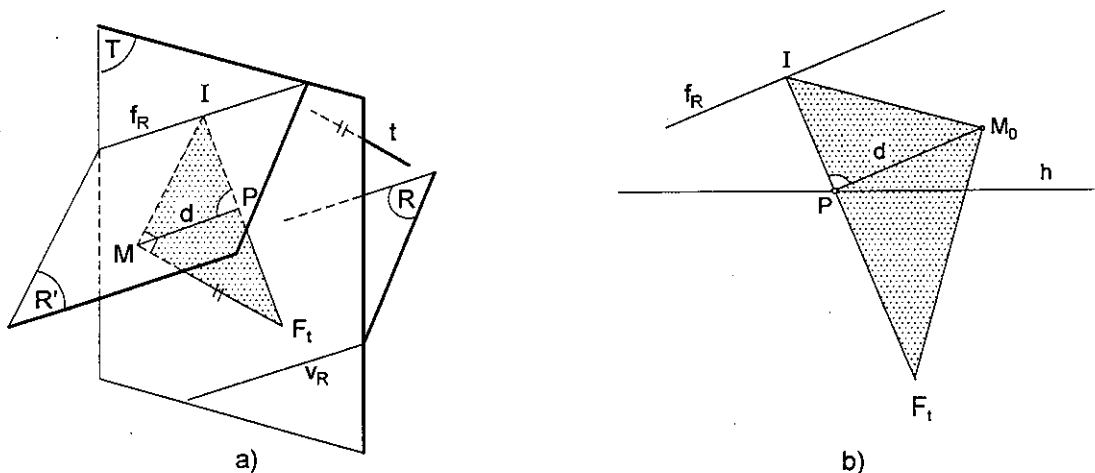
Trước tiên tìm hiệu độ cao của hai đầu mút của đoạn thẳng là A_0B_0 , sau đó đến chiều dài thật (A_0B_0) của hình chiếu bằng đoạn thẳng đó nhờ điểm đo G' . Chiều dài thật của AB bằng đường huyền của tam giác vuông có cạnh góc vuông lần lượt là A_0B_0 và $A_0A =$ hiệu độ cao.



Hình 1-30 a,b

IV- ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

Để dàng thấy rằng, các đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng có chung nhau một điểm tụ. Vẽ phối cảnh đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước là phải xác định điểm tụ của nó. Tương tự trong phối cảnh vẽ mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng là xác định đường tụ của nó. Giả sử có đường thẳng t vuông góc với mặt phẳng R ; tại mắt người quan sát, sẽ có mặt phẳng $R' \perp MF_1$ ($R' \parallel R$; $MF_1 \parallel t$) (hình I-31a); giao của đường thẳng $M F_1$ với tranh cho ta điểm tụ F_t cần tìm của đường thẳng vuông góc với R ; và dễ dàng nhận thấy quan hệ giữa F_t và đường tụ f_R trên tranh được thể hiện rõ trên hình I-31b (ở đây tam giác vuông $I M_0 F_t$ có đường cao $PM_0 = d$, có thể xem đó là hình chập của tam giác IMF_t vào tranh).

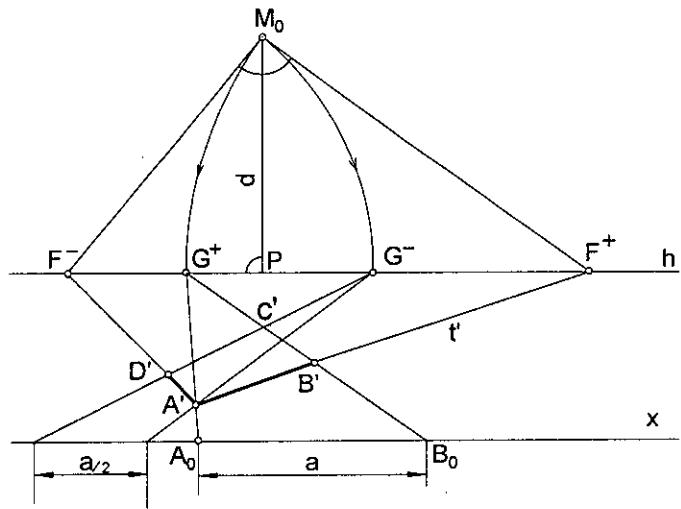


Hình 1-31

V- MỘT SỐ VÍ DỤ ỨNG DỤNG

1. Vẽ phối cảnh hình chữ nhật ABCD nằm trên mặt vật thể, biết cạnh AB dài bằng a nằm trên đường thẳng t có hình phối cảnh là $A't'$, biết cạnh AD dài bằng $1/2a$, điểm chính P, khoảng cách chính (d) và đáy tranh x (hình I-32).

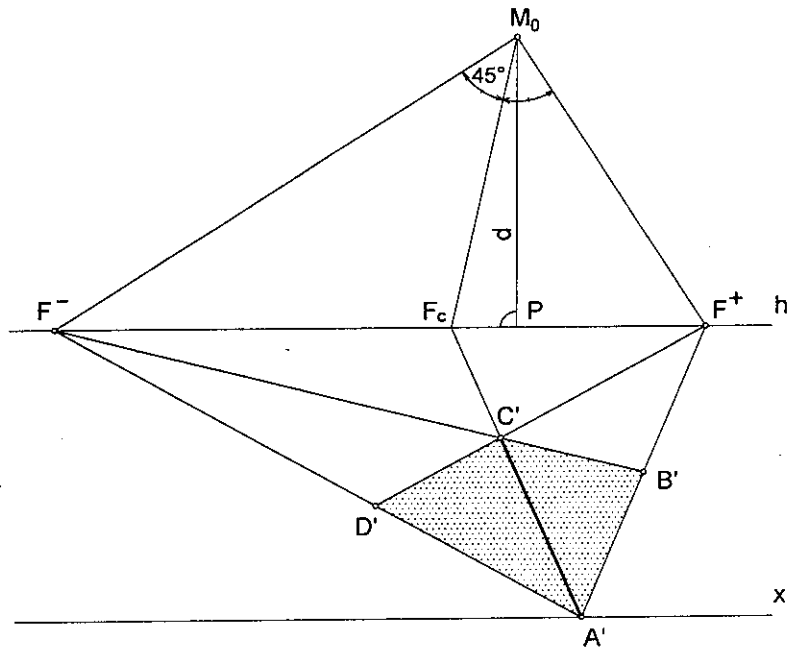
Kéo dài $A't'$ cắt đường chân trời tại F' . Dựng đoạn thẳng $PM_0 = d$ vuông góc với h tại P.



Hình I-32

- Xác định điểm đo G^+ đối với đường thẳng AB.

- Xác định điểm A_0 bằng cách chiếu điểm A' từ G^+ lên đáy tranh. Đặt $A_0B_0 = a$ trên đáy tranh, từ đó xác định được điểm B' . Để xác định điểm tụ F^- của cạnh AD, vẽ M_0F^- vuông góc với M_0F^+ . Có F^- suy ra G^- và xác định được cạnh thứ hai $A'D'$ như đã làm đối với $A'B'$. Có phối cảnh của hai cạnh, ta vẽ nốt các cạnh còn lại bằng cách sử dụng các điểm tụ tương ứng của chúng.



Hình I-33

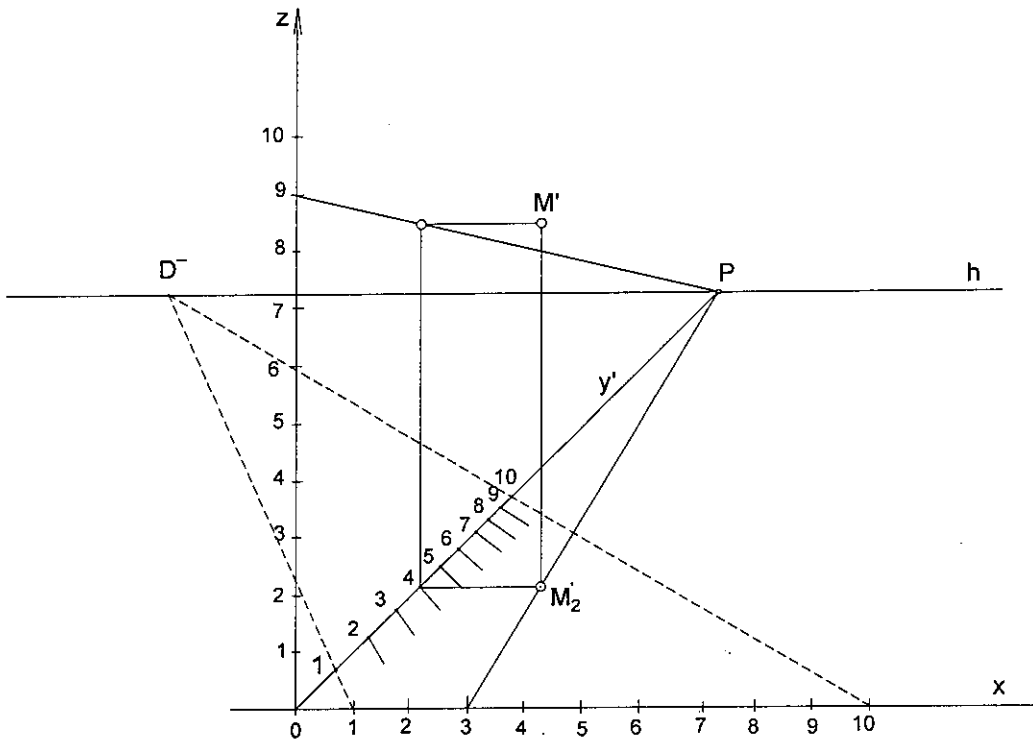
Chú thích: Nếu biết hai điểm tụ của hai hướng vuông góc nhau (F^-, F^+) và điểm chính P có thể tìm được khoảng cách chính d , bằng cách nhận xét M_0 nằm trên nửa đường tròn nhận F^-F^+ làm đường kính.

2. Vẽ phối cảnh hình vuông ABCD, biết phối cảnh đường chéo $A'C'$, điểm chính P nằm trên đường chân trời (h) và khoảng cách chính d (hình I-33).

Dựng $PM_0 = d$ và vuông góc với h ; Kéo dài $A'C'$ được điểm tụ F_c của đường chéo. Tại M_0 dựng các góc 45° ở hai bên MF_c , xác định được các điểm tụ F^-, F^+ của hai cạnh bên AB và AD . Từ đó có thể vẽ được phối cảnh của hình vuông $ABCD$.

3. Dựng hệ tọa độ vuông góc trên tranh (hình I-34)

Giả sử cần dựng phối cảnh một hệ tọa độ vuông góc trên tranh với điểm chính P . Trục hoành Ox ở đây lấy trùng với đáy tranh x ; trục Oz nằm trên tranh và vuông góc với Ox . Trục Oy vuông góc với tranh, nên phối cảnh của nó tụ vào điểm chính P . Các đơn vị đo chiều dài trên các trục Ox và Oz như nhau. Đơn vị đo trên trục Oy' được xác định nhờ điểm cự ly D^- . Trên hình I-34 vẽ phối cảnh điểm M có tọa độ $x = 3; y = 4; z = 9$.



Hình I-34

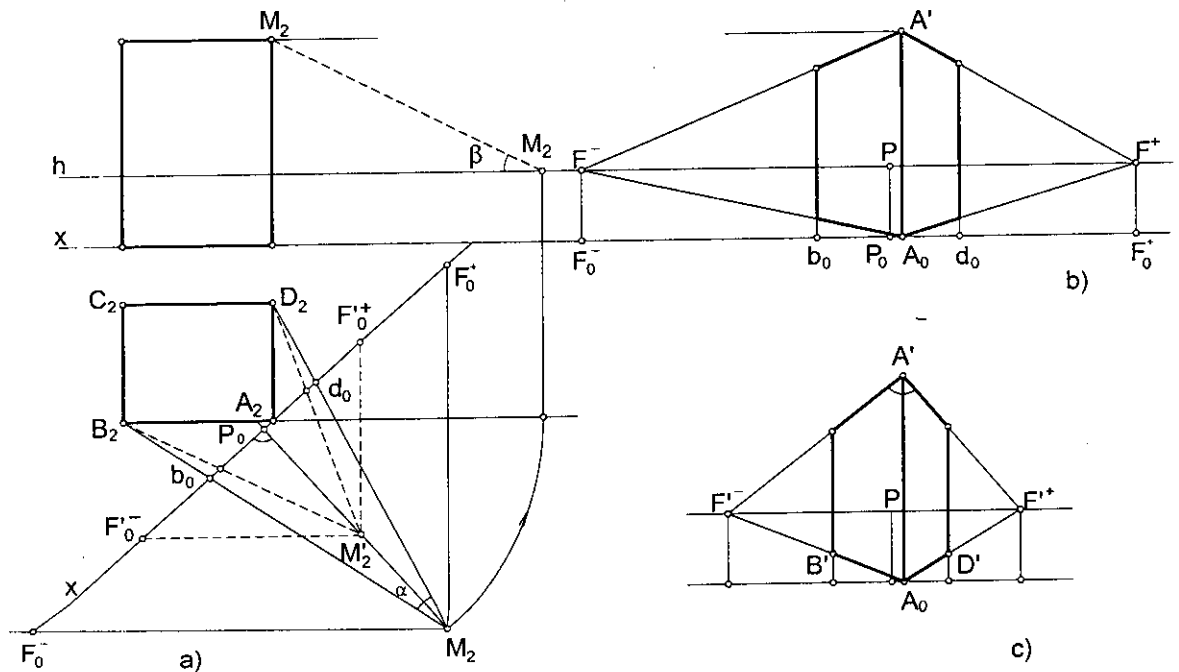
Chương 3

VẼ PHỐI CẢNH TỪ HÌNH CHIẾU THẲNG GÓC

Sau khi đã chọn được phương án kiến trúc hợp lý, người thiết kế thể hiện công trình trên hình chiếu thẳng góc. Dựa vào các hình biểu diễn này, người ta vẽ hình chiếu phối cảnh một cách chính xác để có cái nhìn tổng thể, kiểm tra sự cân đối, hài hoà của các bộ phận công trình. Nếu có chỗ nào chưa vừa ý, có thể quay lại sửa trên hình chiếu thẳng góc. Khi vẽ phối cảnh thường qua các bước sau:

I- TRÌNH TỰ VẼ HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH

* *Chọn điểm nhìn (góc nhìn):* Muốn cho hình chiếu phối cảnh được cân đối đẹp mắt, điểm nhìn không nên lấy quá gần vật thể; nên lấy sao cho góc nhìn α trên hình chiếu bằng nằm trong khoảng từ 20° đến 50° , tốt nhất là bằng 28° . Góc nhìn theo phương thẳng đứng β nên lấy nhỏ hơn 40° . Trên hình I-35a điểm nhìn (M') lấy quá gần, nên hình phối cảnh bị biến dạng (hình I-35c).



Hình I-35



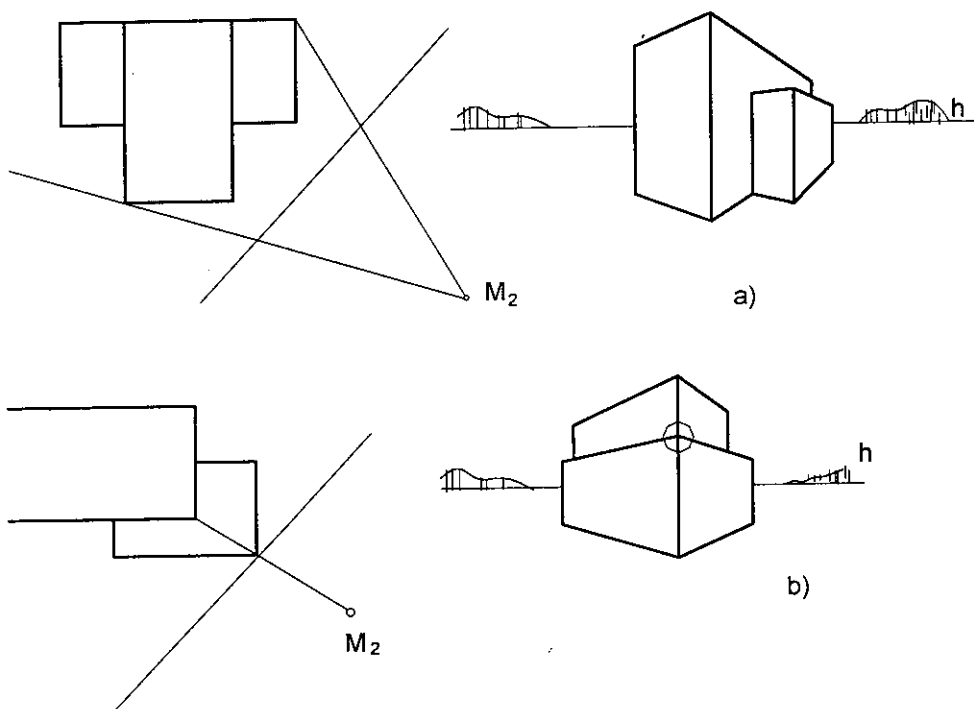
* Tia chính nên cho đi qua gần điểm giữa của mặt bằng công trình và nằm ở gần đường phân giác của góc nhìn α .

* Mặt tranh vuông đặt vuông góc với tia chính.

* Đường chân trời không nên lấy ở độ cao đi qua chính giữa vật thể, mà nên lấy lui xuống dưới.

Cả ba yếu tố này cần chọn sao cho phối cảnh mặt đứng công trình được cân đối, đẹp mắt và phản ánh được đúng hình dáng công trình (hình I-35b).

Khi vẽ phối cảnh nên tránh các hiện tượng: hình phối cảnh thể hiện không đầy đủ hình khối công trình (hình I-36a); hình phối cảnh không nên có những nét trùng nhau gây phản cảm như trên hình I-36b.

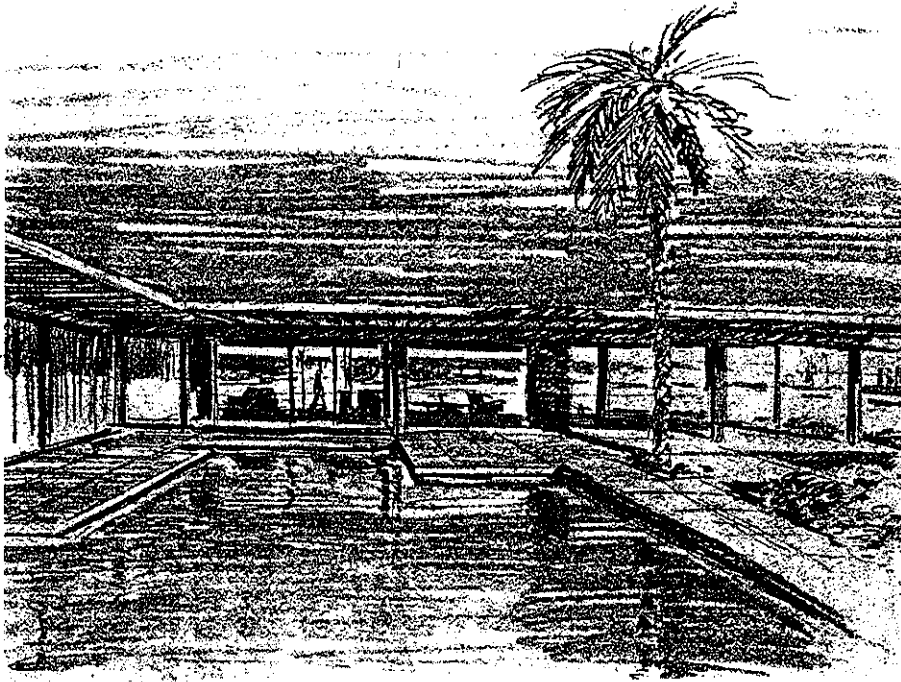


Hình I-36

Tùy theo vị trí của tranh và điểm nhìn, có hai loại phối cảnh: Phối cảnh góc và phối cảnh chính diện.

Phối cảnh góc được dùng phổ biến để diễn tả hình dạng bên ngoài công trình (hình I-39, hình I-41); phối cảnh chính diện thường dùng để vẽ phối cảnh nội thất (hình I-45), sân trong nhà (hình I-37a) hay một dãy phố (hình I-37b).

Để vẽ phối cảnh, có nhiều phương pháp. Nhưng thường bắt đầu bằng vẽ phối cảnh chân của các điểm (tức là phối cảnh mặt bằng công trình), sau đó dựng độ cao của chúng. Dưới đây giới thiệu một số phương pháp vẽ phối cảnh thường dùng.



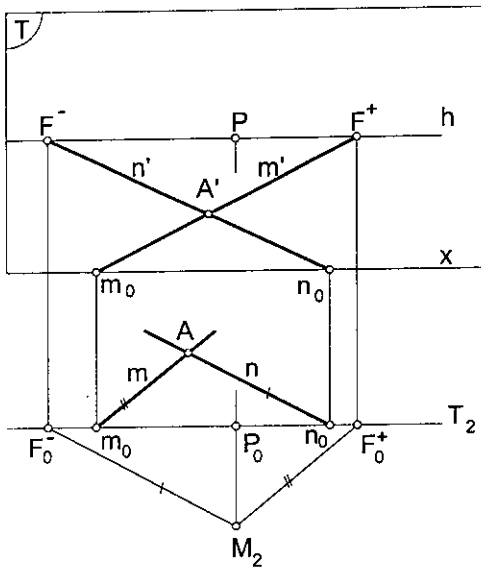
Hình I-37a. Hình vẽ phác phối cảnh chính diện bể bơi trong nhà



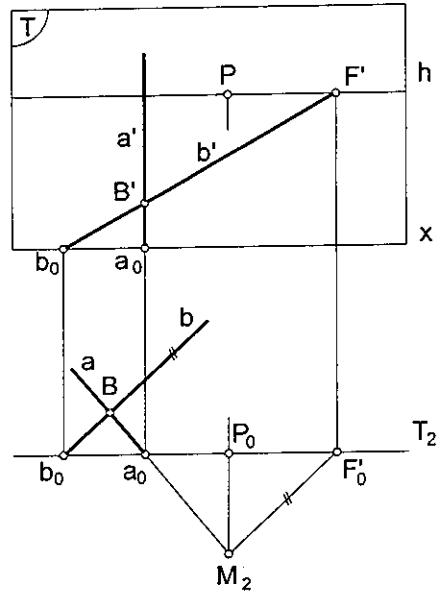
Hình I-37b. Hình vẽ phối cảnh một dãy phố

II- PHƯƠNG PHÁP HAI ĐIỂM TỰ

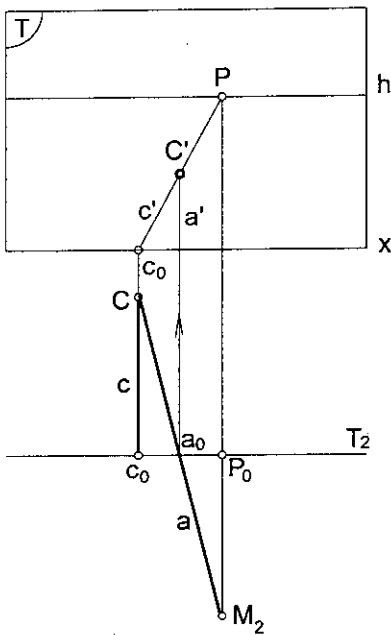
Vẽ phối cảnh chân của các điểm: Theo cách này, trên mặt vật thể, điểm được xem là giao của hai đường thẳng. Hai đường thẳng này tùy theo từng trường hợp cụ thể mà chọn cho thích hợp.



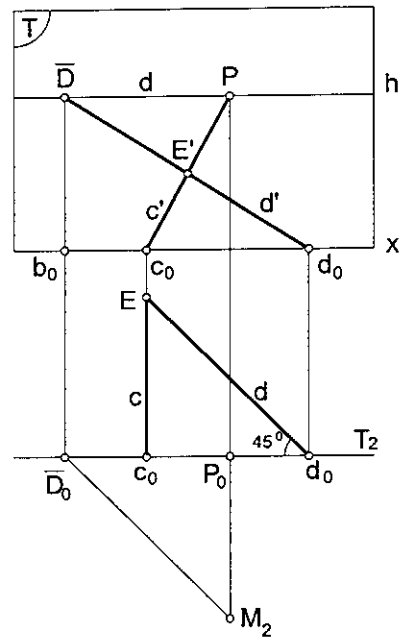
a)



b)



c)



d)

Hình 1-38

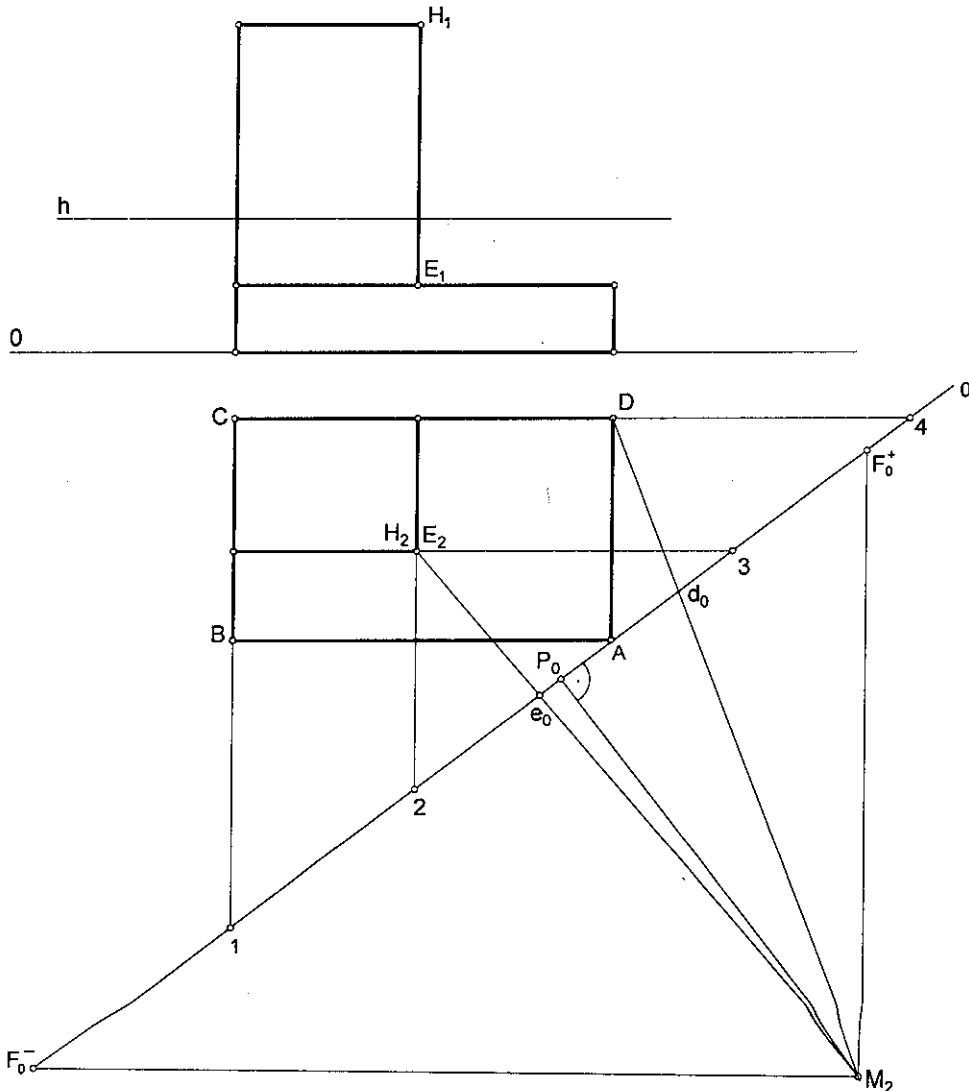
* Hình I-38a trình bày điểm A được xem như là giao của hai đường thẳng bất kỳ m và n. Trên mặt tranh T, giao của m' và n' cho ta điểm A' là phối cảnh của điểm A. Cách xác định các điểm tụ F^- và F^+ được chỉ rõ trên mặt bằng đặt ở dưới mặt tranh.

* Hình I.38b trình bày điểm B được xem như là giao của một đường thẳng bất kỳ b và đường thẳng a đi qua chân người quan sát (xem hình vẽ ở phía dưới mặt tranh). Đường thẳng b có vết tranh là b_0 và điểm tụ F' , đường thẳng a có phối cảnh là đường thẳng thẳng đứng dứng dứng từ điểm a_0 lên.

* Hình I-38c chỉ rõ cách xác định phối cảnh điểm C được xem như là giao của đường thẳng c vuông góc với mặt tranh tại c_0 và đường thẳng a đi qua chân người quan sát.

* Hình I-38d xem điểm E như là giao của đường vuông góc với tranh và đường thẳng d nghiêng 45° so với mặt tranh. Điểm tụ của đường thẳng này là điểm cự ly \bar{D} . Cách vẽ này thường được áp dụng để vẽ phối cảnh lưới ô vuông (xem hình I-44).

Hình I-39 trình bày cách vẽ phối cảnh một vật thể gồm hai khối hình hộp chữ nhật chồng lên nhau bằng phương pháp hai điểm tụ.

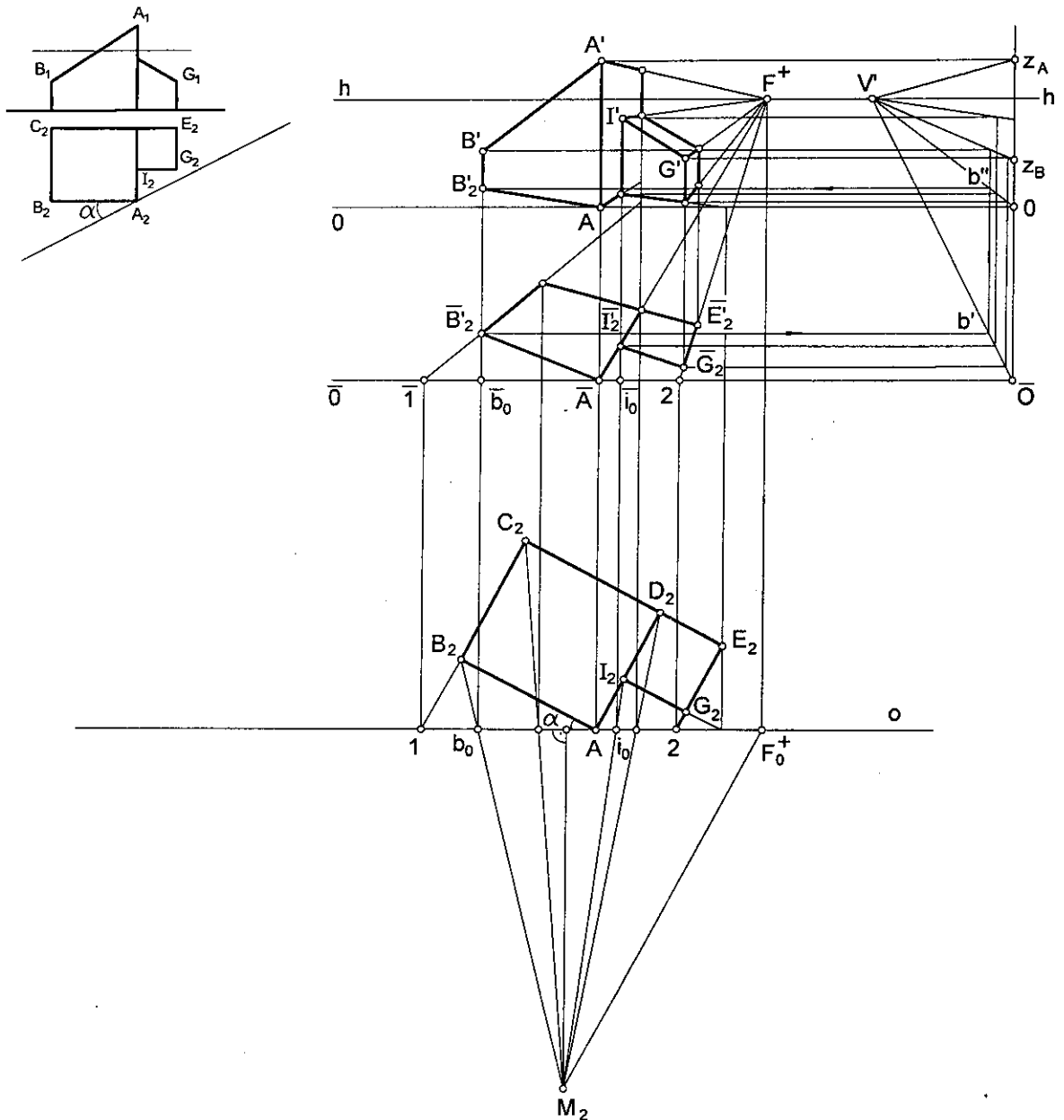


Hình I-39a



của điểm A. Muốn dựng phối cảnh chân và phối cảnh của điểm A, người ta vẽ đường dóng nằm ngang đến gặp $V\bar{O}$ tại \bar{a}' và từ \bar{a}' dựng đường thẳng đứng đến gặp VO và VZ_A tại a' và a'' , từ các điểm này dóng ngang trở lại như chỉ dẫn theo hướng mũi tên trên hình I-40.

III- PHƯƠNG PHÁP MỘT ĐIỂM TỤ



Hình I-41

Phương pháp này dựa vào cách xác định một điểm thuộc mặt vật thể nhờ đường thẳng qua chân người quan sát và một đường thẳng bất kỳ (hình I-38 b).

Hình I-41 cho ví dụ về cách vẽ này: Điểm B_2 trên mặt vật thể được xác định bởi đường thẳng M_2B_2 và đường thẳng B_2C_2 . Đường thứ nhất cắt đáy tranh tại b_0 , từ đó dóng thẳng lên. Đường thứ hai đi từ điểm \bar{I} là vết của đường thẳng và tụ vào F^+ . Giao của hai đường thẳng trên cho ta phối cảnh B_2' . Các điểm khác làm tương tự. Ở đây dùng phương pháp hạ thấp mặt vật thể.

Phương pháp một điểm tụ này được áp dụng khi một trong hai điểm tụ chạy ra ngoài phạm vi bản vẽ.

Chú ý:

1. Khi vẽ phối cảnh có thể phối hợp cả hai phương pháp trên, sao cho cách vẽ được nhanh và chính xác. Ví dụ, trên hình I-39 dùng phương pháp hai điểm tụ, nhưng để vẽ điểm D' , có thể dùng đường thẳng đi qua chân người quan sát (M_2D); nó cắt đáy tranh tại d_0 . Sau khi chuyển d_0 sang mặt tranh, đường dóng thẳng đứng từ d_0 cắt F^+A tại D' .

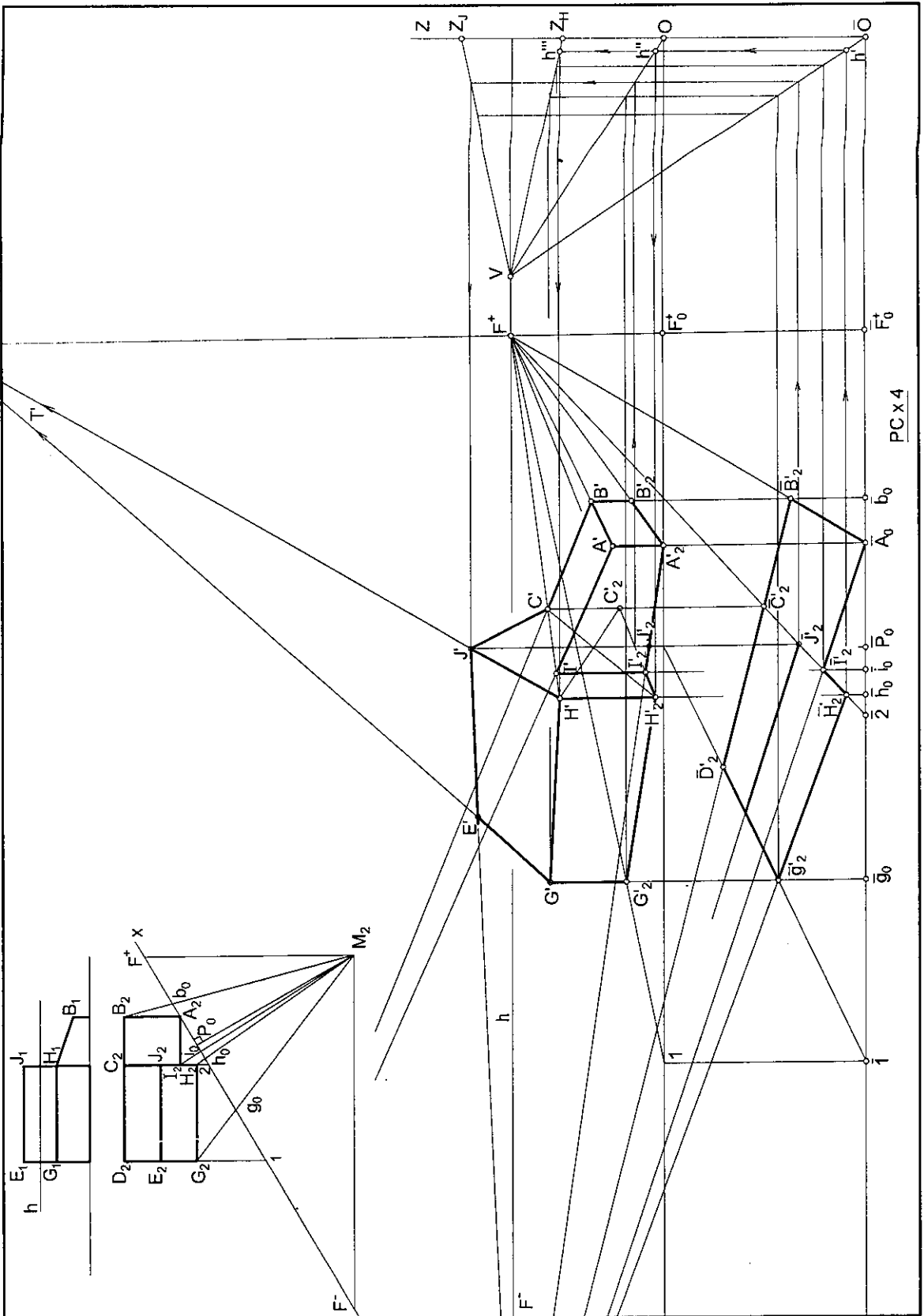
2. Để tránh việc đo các điểm trên đáy tranh và chuyển chúng qua hình phối cảnh, người ta có thể bố trí mặt tranh ngay ở phía trên mặt bằng (hình I-41). Ở đây mặt bằng được phóng to trước khi quay nó đi một góc α để có hình phối cảnh góc thích hợp.

3. Vẽ các đường thẳng tụ vào một điểm ở ngoài phạm vi bản vẽ.

Hình I-42 trình bày cách vẽ phối cảnh một ngôi nhà bằng phương pháp hai điểm tụ. Giả sử người ta đã vẽ được G_2' và H_2' . Hai điểm G_2' và H_2' xác định một đường thẳng cắt đường chân trời h tại điểm F^- (nhưng ở ngoài phạm vi bản vẽ). Nếu muốn vẽ đường thẳng thứ hai xuất phát từ điểm H' (đã dựng) cũng tụ vào điểm F^- trên đường chân trời h , người ta có thể dùng cách sau đây (hình I-43):

Vẽ hai tam giác đồng dạng $G_2'G'C'$ và $H_2'H'C'$ với các cạnh song song (đỉnh C lấy bất kỳ trên h). Nối hai điểm $H'G'$, được đường thẳng cần tìm.

Cũng trên hình I-42 này, ta thấy phối cảnh của cạnh song song GE , HJ của mái nghiêng tụ vào một điểm T' nằm trên đường thẳng đứng vẽ qua F^+ . Tương tự các cạnh AI và BC cũng tụ vào một điểm ở trên đường dóng thẳng đứng kẻ qua F^- .



Hình 1-42

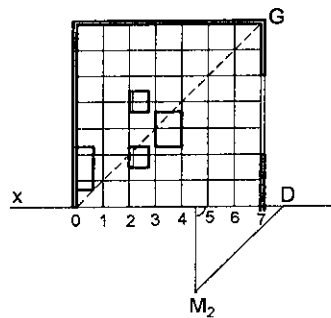
Người ta phủ lên trên mặt bằng một lưới ô vuông. Đáy tranh thường đặt song song với họ đường thẳng nằm ngang. Sau khi vẽ phối cảnh các đường vuông góc với tranh (tụ vào điểm chính P), người ta vẽ phối cảnh đường chéo hình vuông có điểm tụ là điểm cự ly D. Giao của đường chéo với họ các đường thẳng tụ vào P cho phép ta vẽ phối cảnh các đường thẳng // đáy tranh. Cũng có thể dùng điểm cự ly rút gọn (ví dụ $D/2$). Các điểm trên bình đồ được định vị bởi các mắt của lưới ô vuông (hình I-44a) và được chuyển qua hình phối cảnh của lưới (hình I-44b), ví dụ $H_2 \rightarrow H_2'$. Độ cao của các điểm được dựng nhờ tường bên (xem đường dóng có mũi tên). Hình phối cảnh thu được còn có tên gọi là *phối cảnh chim bay*.

V- VẼ PHỐI CẢNH NỘI THẤT

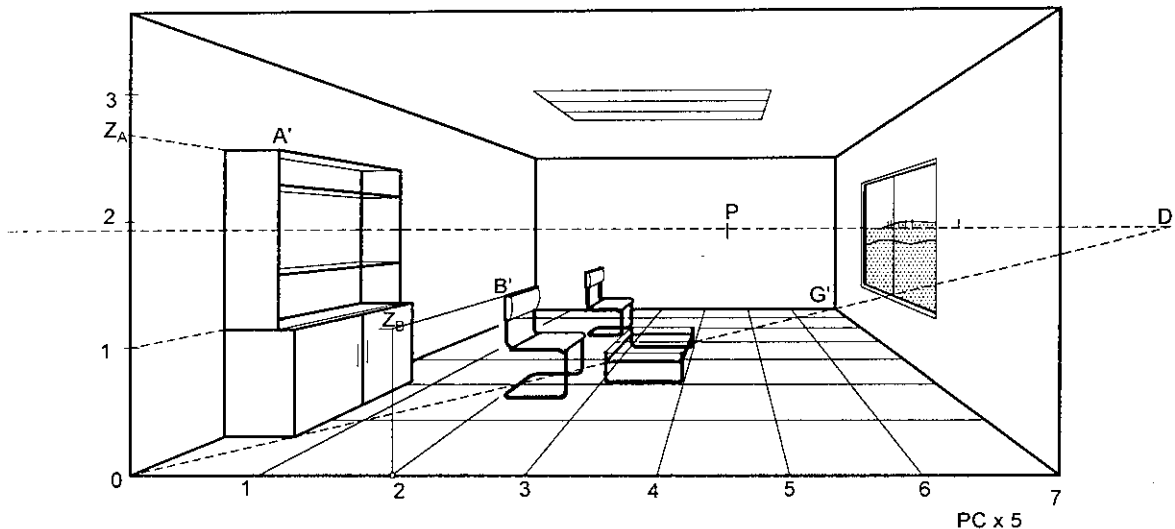
Vẽ phối cảnh nội thất nhằm thể hiện không gian và cách bố trí đồ đạc bên trong một căn phòng. Có hai loại phối cảnh nội thất:

1. Phối cảnh nội thất chính diện

Phối cảnh chính diện thường dùng để thể hiện toàn cảnh bên trong căn phòng (hình I-45).



a)



b)

Hình I-45

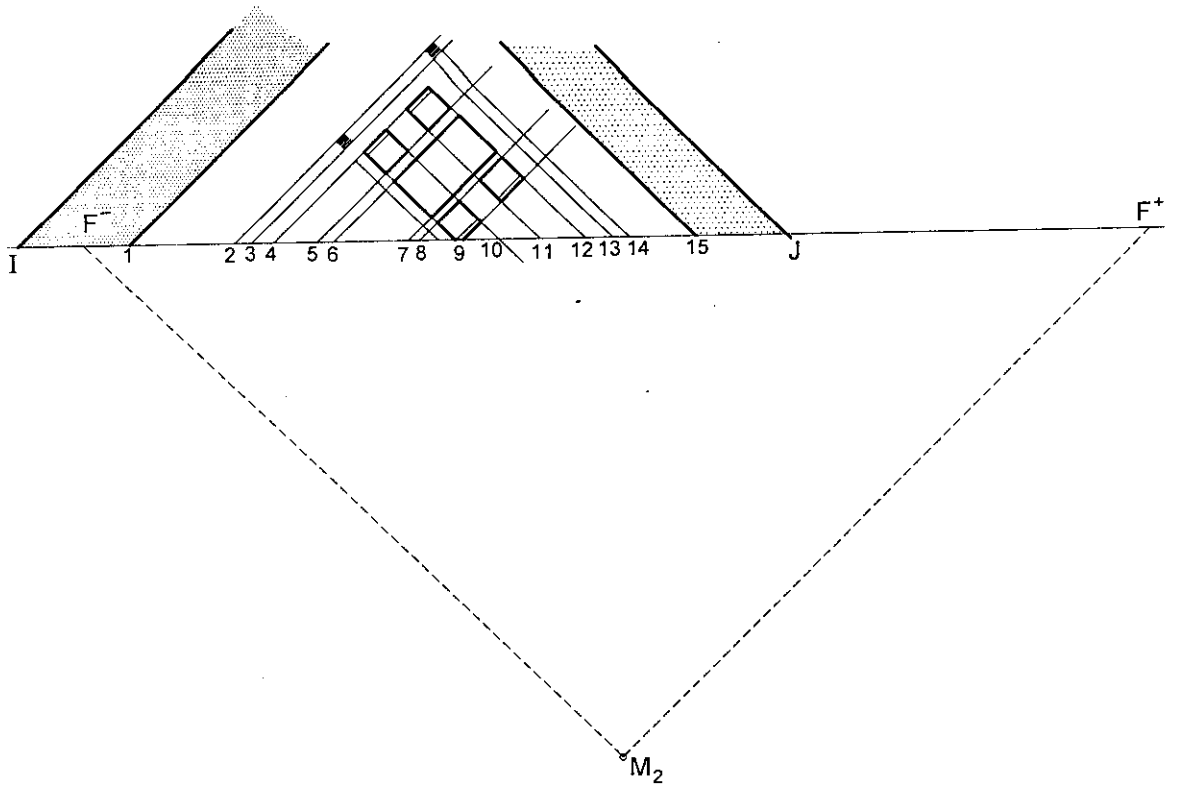
Mặt tranh đặt song song với mặt tường phía trong. Nền nhà được chia thành các ô vuông bằng phương pháp lưới. Điểm chính (M_2) được chọn sao cho thể hiện được đúng độ sâu căn phòng. Thật vậy, vị trí của (M_2) sẽ kéo theo điểm cự ly (D) của đường chéo, cho phép ta xác định góc G' của căn phòng.

Điểm chính trên đường chân trời có thể chệch sang phải hay sang trái chút ít so với điểm giữa, tùy thuộc người vẽ muốn thể hiện tường bên trái hay tường bên phải nhiều hơn. Độ cao đường chân trời cũng có thể lấy cao hơn hay thấp hơn so với đường thẳng nằm ngang qua giữa tranh, cũng tùy thuộc người vẽ muốn thể hiện phần sàn hay trần nhà nhiều hơn. Các gờ trần, sàn, mép cửa sổ, cửa đi đều tụ vào điểm chính P . Vẽ phối cảnh đồ đạc cũng dựa vào việc định vị chúng trên lưới ô vuông. Độ cao các điểm được xác định nhờ phương pháp tường bên (ví dụ điểm A'), hoặc cũng có thể dựng độ cao tại đáy tranh như bình thường (ví dụ điểm B'). Ở đây hình phối cảnh được phóng to lên 5 lần.

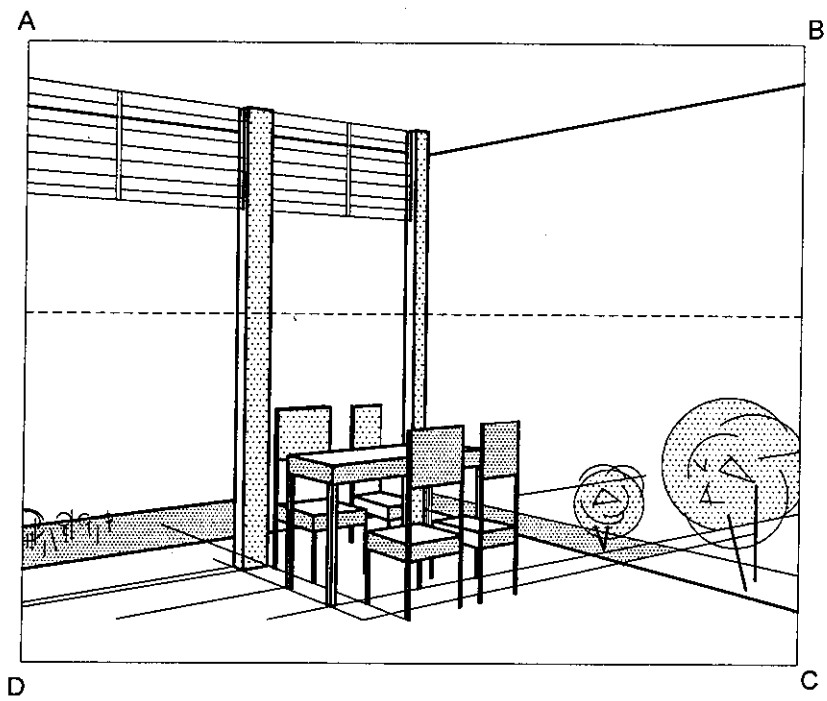
2. Phối cảnh nội thất góc

Phối cảnh nội thất góc thường dùng để thể hiện tập trung một góc nhỏ của căn phòng (hình I-46a). Trước tiên cần xác định các tụ điểm F^- và F^+ của hai mảng tường ở bên phải và bên trái người quan sát, sau đó xác định độ cao của đồ đạc bằng cách dùng phương pháp tường bên hoặc đặt độ cao tại đáy tranh.

Khi đã vẽ xong phối cảnh một góc phòng, nếu thấy có những bộ phận không quan trọng có thể bỏ đi để thể hiện được tập trung hơn. Có thể dùng phương pháp “cắt cảnh”, tức là dựng một hình chữ nhật (ABCD) giới hạn phần cần thể hiện như chỉ rõ trên hình vẽ (hình I-46b).



Hình 1-46 a

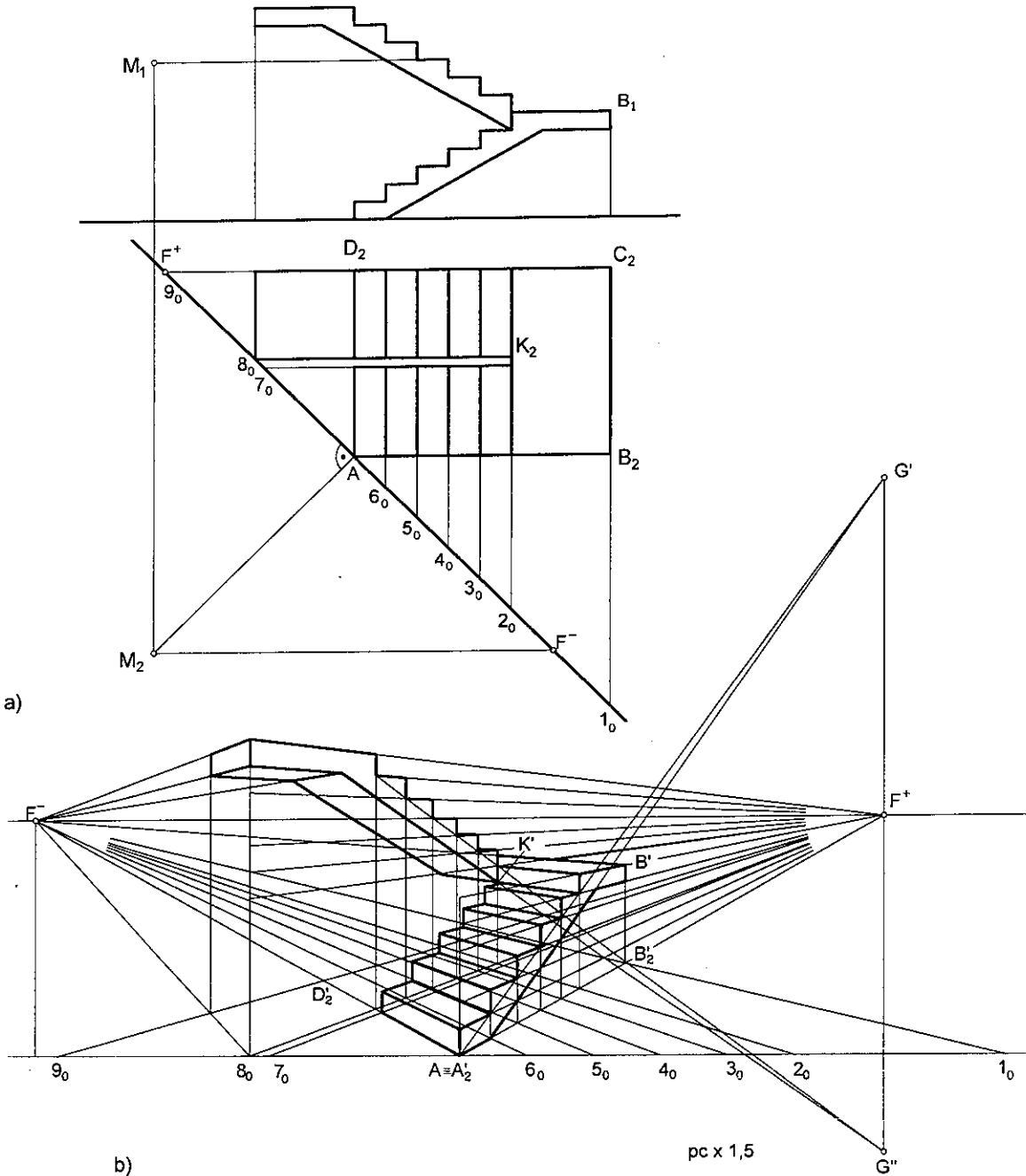


Hình 1-46 b

PHỐI CẢNH MỘT SỐ CHI TIẾT KIẾN TRÚC

Trong chương này trình bày cách vẽ phối cảnh một số bộ phận của ngôi nhà thường gặp trong thiết kế kiến trúc.

I- PHỐI CẢNH CẦU THANG THẲNG

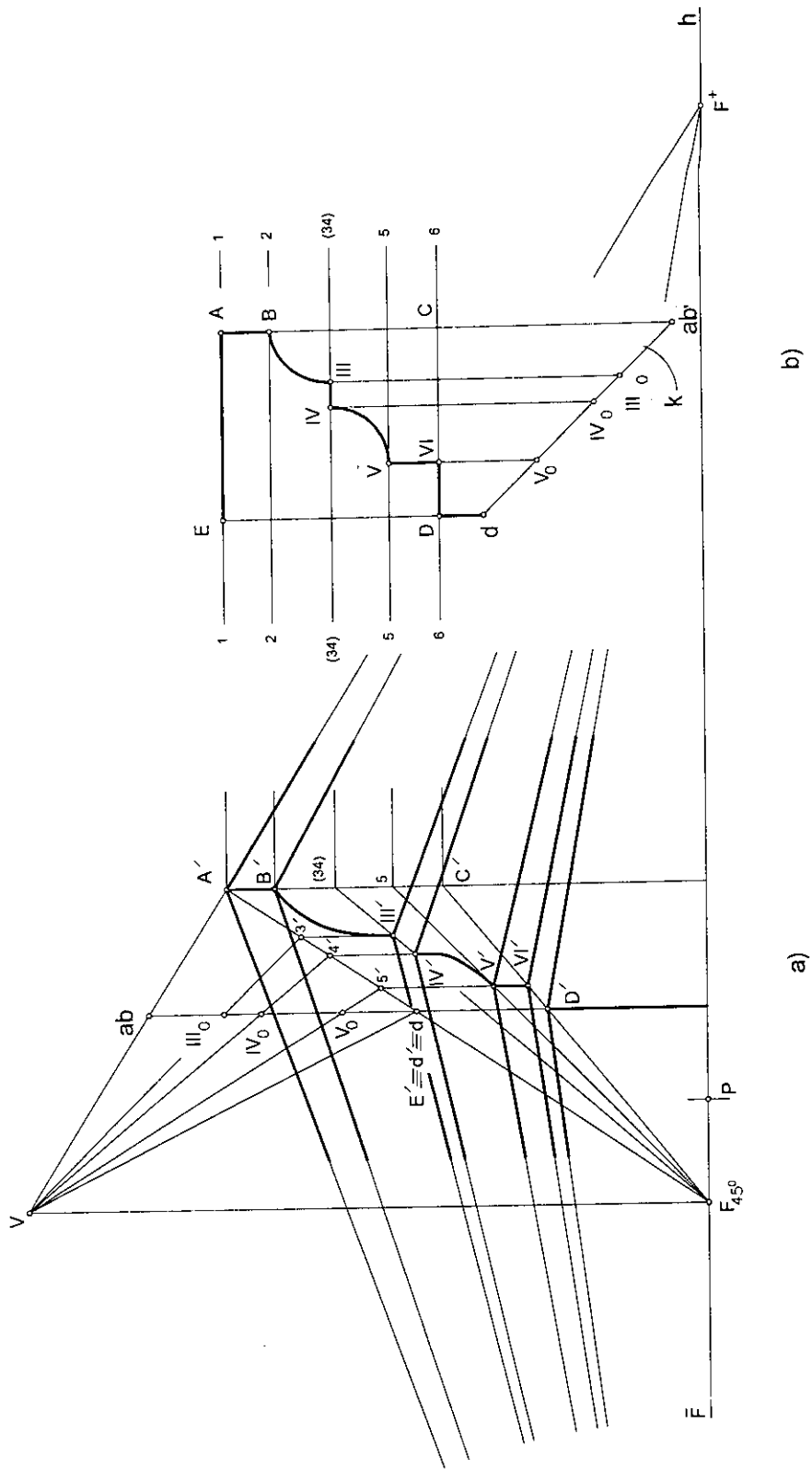


Hình 1-47

Hình I-47 trình bày cách vẽ phối cảnh cầu thang hai cánh theo hình chiếu thẳng góc của nó (hình I-47.a). Sau khi vẽ phối cảnh khu vực cầu thang trên mặt bằng ($A_2'B_2C_2'D_2'$), vẽ bề rộng của chiếu nghỉ và các bậc thang nhờ các điểm $1_0, 2_0...6_0, A$. Độ cao của bậc thang được đặt tại $A \in$ đáy tranh. Cần chú ý độ dốc của cánh thang thứ nhất được xác định bằng đường thẳng AG' đi qua góc của các bậc thang. Các bậc của cánh thang thứ hai vẽ được nhờ đường thẳng nối điểm K' với G'' là điểm tụ của cánh thang thứ hai (các điểm tụ G' và G'' đối xứng nhau qua F^+ vì độ dốc của các cánh thang như nhau).

II- PHỐI CẢNH PHÀO TRÊN GỜ MÁI ĐUA (hình I-48)

Giả sử đã vẽ được A' là phối cảnh của một góc mái đua, các điểm tụ lần lượt là F^+ và F^- (F^- ra ngoài phạm vi bản vẽ). Để đơn giản cách vẽ, giả thiết mặt tranh đi qua điểm A . Muốn vẽ đường cong của góc phào mái đua, cần chú ý rằng đường cong này nằm trong mặt phẳng phân giác của góc nhị diện tạo bởi hai mặt tường hai bên. Mặt phẳng này có đường tụ thẳng đứng đi qua điểm F_{45° . Hình dạng của phào được chỉ rõ trên hình I.48b: các điểm $A, B, III, IV...D$ trong hình chữ nhật được xác định bởi các đường thẳng nằm ngang 1, 2...6 và các đường thẳng thẳng đứng đi qua các điểm $d, V_0, IV_0, III_0, (ab)$ nằm trên đường k nghiêng 45° so với đường nằm ngang. Trên phối cảnh (hình I.48a), hình chữ nhật $ACDE$ được thể hiện bằng hình $A'C'D'E'$, trong đó các đường nằm ngang đi qua các điểm $A', B'(3, 4)5, C'$ và tụ vào điểm F_{45° . Các đường thẳng đứng đi qua các điểm $3', 4', 5', E'$ có được nhờ chùm tia đỉnh là điểm V chiếu các điểm $(ab), III_0, IV_0, V_0, d$ mang từ đường thẳng k sang. Giao của các đường thẳng tương ứng cho ta các điểm $A', B', III', IV', V', VI', D'$. Nối các điểm $B'III', IV'V'$ bằng các đường cong thích hợp.

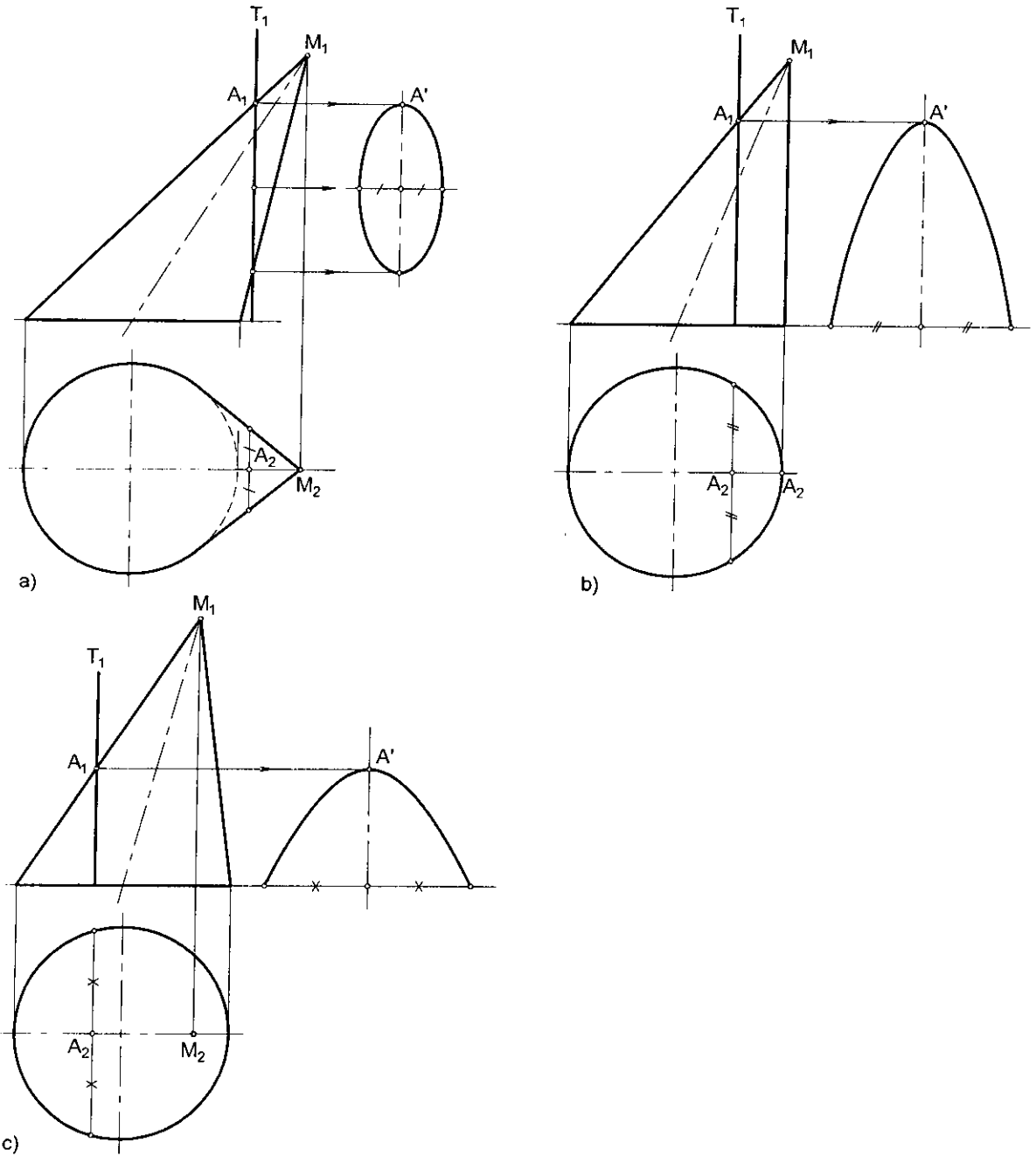


Hình I-48

III- PHỐI CẢNH CÁC BỘ PHẬN CÔNG TRÌNH CÓ CÁC ĐƯỜNG TRÒN

Các bộ phận có dạng đường tròn gặp nhiều trong các công trình kiến trúc như cửa bán nguyệt, các bậc giảng đường, bàn ghế...

1. Cách vẽ phối cảnh đường tròn

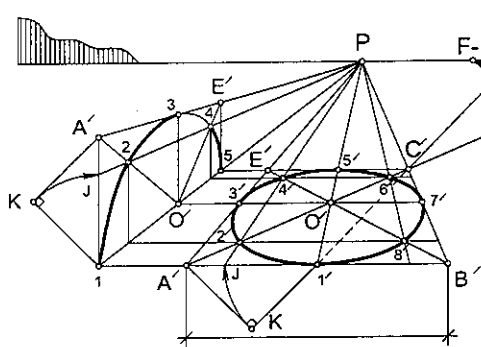


Hình 1-49

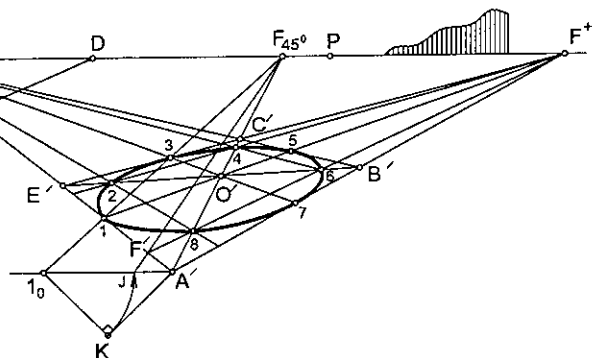
Giả sử có đường tròn nằm trong mặt vật thể. Mắt người quan sát (M) và đường tròn tạo thành một mặt nón đỉnh M. Phối cảnh đường tròn là giao tuyến giữa nón và mặt tranh.

Đó có thể là một elip, parabol hay hypebol tùy theo vị trí của mặt tranh $T^{(1)}$. Hình I-49 trình bày các trường hợp phối cảnh của đường tròn là elip (hình I-49a), parabol (hình I-49b) và hypebol (hình I-49c).

Giả sử cần vẽ phối cảnh một đường tròn nằm trên mặt vật thể có vị trí như trường hợp hình I-49a. Khi đó, hình phối cảnh là một elip. Muốn vẽ phối cảnh đường tròn (hình I-50), người ta ngoại tiếp đường tròn bằng một hình vuông có hai cạnh song song với đáy tranh; vẽ phối cảnh hình vuông này ($A'B'C'E'$) nhờ điểm cự ly D (hay điểm cự ly rút gọn $D/2$). Dễ dàng xác định được phối cảnh tâm đường tròn là O' . Từ đó suy ra các tiếp điểm $1', 3', 5', 7'$ giữa elip và phối cảnh hình vuông. Muốn xác định thêm các điểm trung gian nằm trên các đường chéo (ví dụ điểm $2'$) người ta vẽ tam giác vuông cân $A'K_1J$, nhận $A'I'$ làm đường huyền. Từ K suy ra J và điểm $2'$ nằm trên đường chéo. Dễ dàng vẽ được các điểm $4', 6', 8'$ và chúng ta có thể vẽ được elip⁽²⁾. Cũng trên hình I-50 có vẽ nửa vòng tròn bán kính R nằm trong mặt phẳng thẳng đứng.



Hình I-50



Hình I-51

Trường hợp phối cảnh hình vuông $A'B'C'E'$ bao một elip đã có sẵn (hình I.51); người ta vẫn dùng phương pháp tám điểm. Sau khi xác định được O' và các trung điểm $1, 3, 5, 7$ là các điểm tiếp xúc, để xác định các điểm trên các đường chéo, cần vẽ tam giác vuông cân phụ trợ $A'K_1J$, có cạnh huyền $A'I_1$, nằm trên một đường nằm ngang đi qua A' (điểm 1_0 là giao của của đường thẳng 13 với đường thẳng nằm ngang nói trên). Dùng compa vẽ cung tròn tâm tại 1_0 , bán kính 1_0K được điểm J , từ đó suy ra điểm F' và điểm 8 trên đường chéo $A'C'$ và suy ra các điểm khác 6, 4, 2 nằm trên các đường chéo của hình vuông.

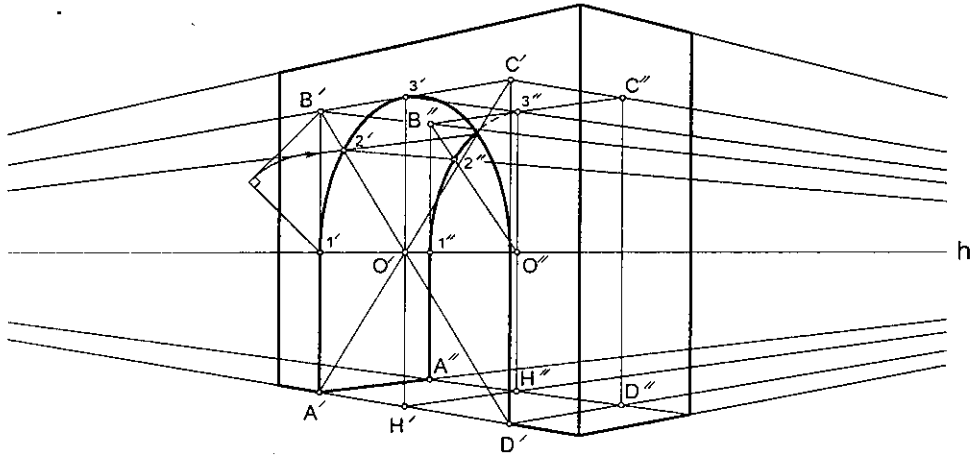
(Cần chú ý đường thẳng 13 đi qua điểm F_{45° là điểm tụ của đường chéo $A'C'$).

¹ Xem giao tuyến phẳng của nón trong tập I – Hình chiếu thẳng góc của Giáo trình Hình học họa hình [6].

² Xem sách Vẽ kỹ thuật (Phương pháp tám điểm) [9].

2. Phối cảnh một cổng vòm

Hình I.52 trình bày cách vẽ phối cảnh một cổng vòm có phần trên là hình bán nguyệt. Vì cổng có bề dày không lớn lắm nên một phần vòm phía sau trông thấy. Cần xác định phối cảnh của hình chữ nhật A''B''C''D'' nằm ở mặt sau. Các điểm 1'', 2'', 3'' ứng với các điểm 1', 2', 3' thuộc mặt trước cho phép ta vẽ cung elip ở mặt sau.



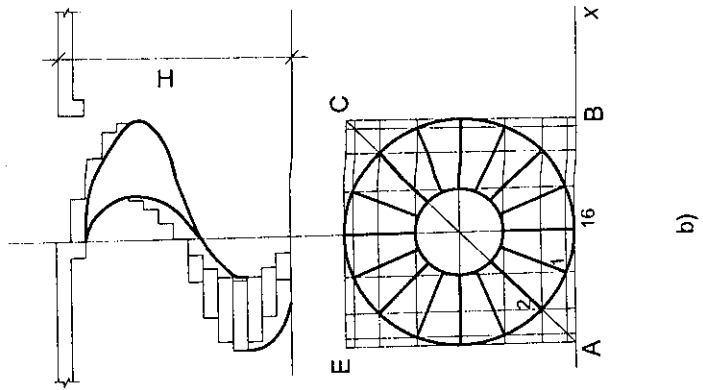
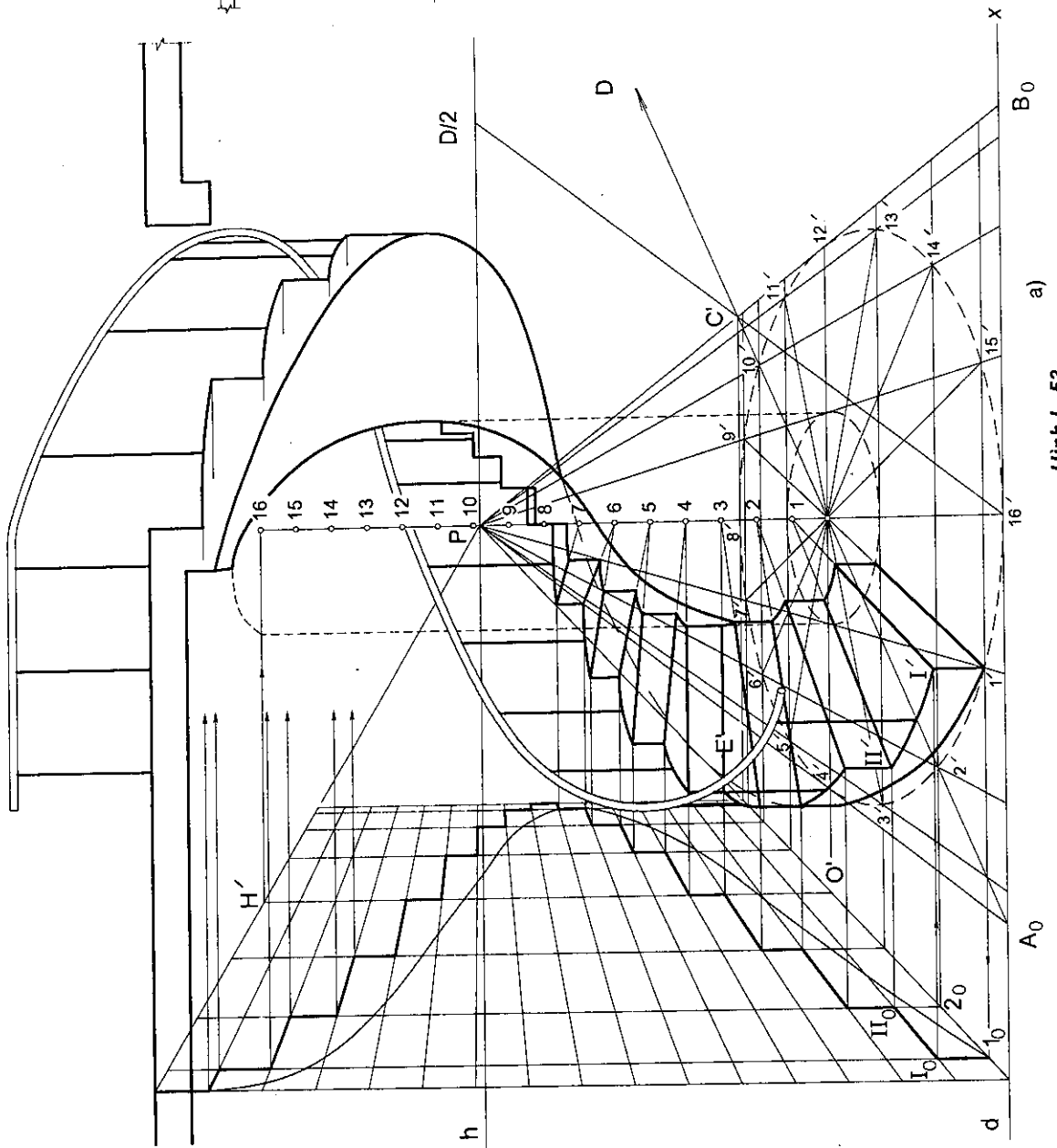
Hình I - 52

IV- PHỐI CẢNH CẦU THANG XOẮN

Trên hình I.53 vẽ hình chiếu thẳng góc của một cầu thang xoắn ốc trụ gồm 16 bậc. Trên mặt bằng có hai vòng tròn: vòng tròn nhỏ bên trong biểu diễn đáy cột đỡ của cầu thang, vòng tròn lớn bên ngoài thể hiện hình chiếu bằng của các mép cong của các bậc thang. Người ta chia vòng trong thành 16 phần bằng nhau. Độ cao H của tầng nhà cũng được chia thành 16 phần. Tất cả những điều trên được thực hiện trên hình phối cảnh. Vòng tròn lớn và nhỏ có hình phối cảnh là các elip được vẽ nhờ vào lưới ô vuông lấy từ hình chiếu thẳng góc sang. Ở đây đáy tranh đi qua điểm 16' là phối cảnh chân của mũi bậc thang trên cùng. Điểm chính P lấy trên trục của cầu thang. Vẽ tường bên với tỷ lệ xích độ cao. Hình phối cảnh của trục cầu thang được chia thành 16 phần nhờ đường thẳng O'H' lấy trên tường bên rồi dóng ngang qua. Mũi bậc thứ nhất I' được vẽ theo sơ đồ có mũi tên chỉ: $1' \rightarrow 1_0 \rightarrow I_0 \rightarrow I'$. Nối I' với điểm I trên trục cầu thang thì được mép của bậc thang thứ nhất.

Làm tương tự đối với các góc và mũi bậc thang khác. Trên tường bên có vẽ đường gấp khúc thể hiện rõ độ cao các bậc thang.

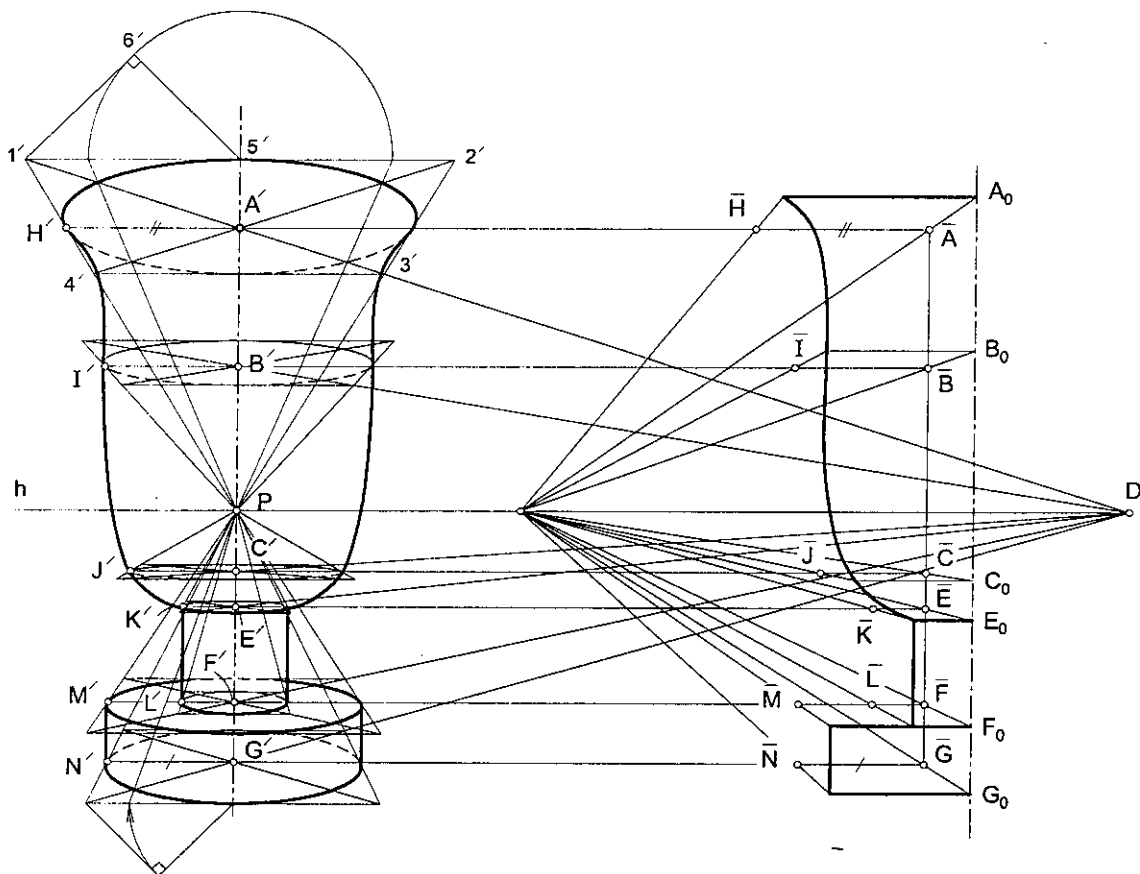
Mặt bên dưới các bậc thang là một mặt cong (helicoit thẳng) có đường viền bên ngoài mà độ cao các điểm thể hiện trên tường bên bằng một đường cong. Để thấy rõ cách vẽ các bậc ở giữa cầu thang, cột đỡ các bậc được vẽ bằng nét khuất.



Hình 1-53

V- PHỐI CẢNH VẬT THỂ TRÒN XOAY

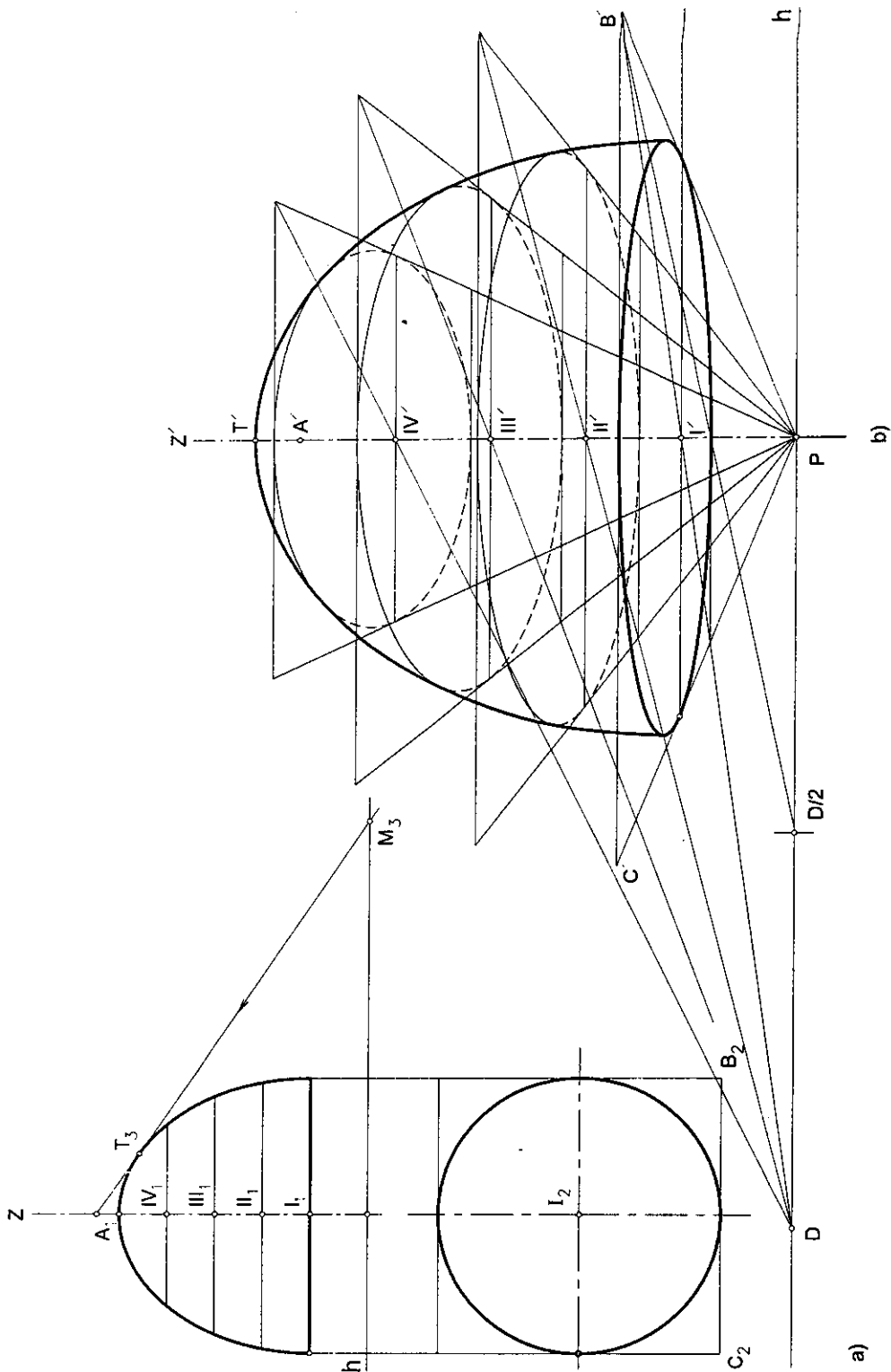
Khi vẽ phối cảnh các vật thể tròn xoay, nên đặt điểm nhìn sao cho điểm chính gần trục đối xứng của vật thể để tránh những biến dạng quá lớn trên hình chiếu phối cảnh. Cách vẽ thông thường là vẽ phối cảnh của một số vĩ tuyến thuộc mặt, sau đó vẽ đường bao của các đường cong trên.



H.1.54

Trên hình I-54 vẽ phối cảnh một bình hoa mà một nửa hình chiếu đứng được vẽ ở bên phải hình vẽ, trên đó có vẽ một số vĩ tuyến qua các điểm A_0, B_0, \dots, G_0 trên trục đối xứng. Giả sử đã vẽ được hình chiếu phối cảnh của trục là đoạn $A'G'$. Nhờ tỷ lệ xích độ cao và chiều rộng, xác định được phối cảnh tâm các vĩ tuyến là các điểm $A', B' \dots G'$, cũng như độ dài các bán kính song song với tranh tại các tâm đó. Ví dụ, bán kính tại tâm A' là $A'H'$ bằng $\bar{A}\bar{H}$. Trên hình phối cảnh, các vĩ tuyến là các elip được vẽ theo phương pháp tám điểm. Các elip này đều nội tiếp trong các hình bình hành như $1'2'3'4'$, mà đường chéo đều tụ vào điểm cự ly D . Các điểm thuộc elip nằm trên đường chéo được vẽ nhờ vào các tam giác vuông phụ trợ như $6'5'1'$. Đường bao của vật thể là đường bao hình chiếu phối cảnh các vĩ tuyến. Cần chú ý elip biểu diễn đường tròn miệng bình hoa nằm ở phía trên đường

chân trời có nửa trên vẽ bằng nét liền, nửa dưới vẽ bằng nét đứt; trái lại elip biểu diễn đường tròn ở đế bình hoa nằm bên dưới đường chân trời có nửa dưới vẽ bằng nét liền, nửa trên vẽ bằng nét đứt.

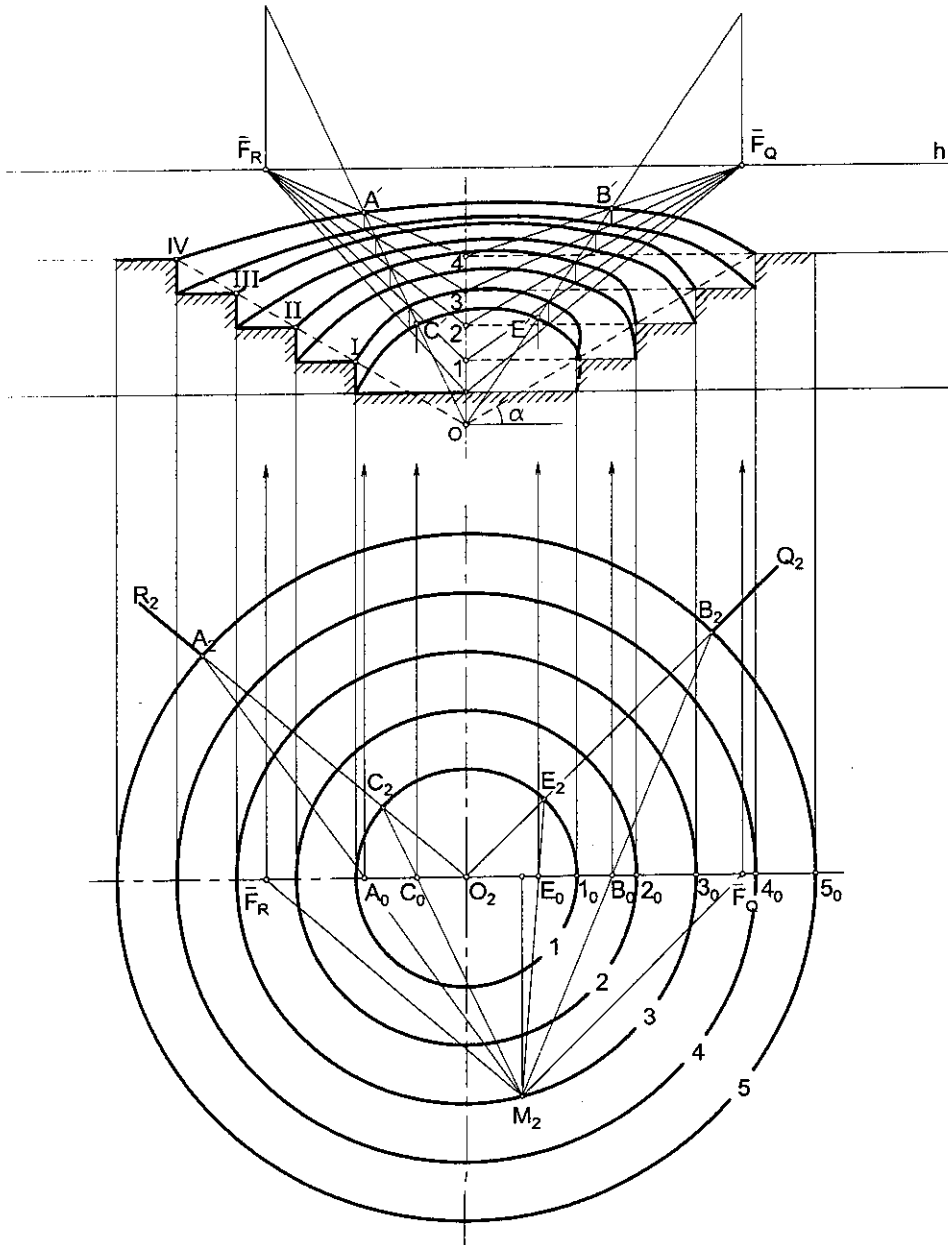


Hình 1-55

Hình I-55 trình bày cách vẽ phối cảnh một mái vòm. Trên hình chiếu thẳng góc có vẽ một số vĩ tuyến ở các độ cao I, II... IV. Điểm nhìn ở đây có vị trí thấp hơn đáy vòm. Mặt tranh lấy qua trục đối xứng của mái và tia chính cắt trục đối xứng (hình I-55a).

Phối cảnh của các vĩ tuyến này là các elip được vẽ trên tranh (hình I-55b) nhờ các hình vuông ngoại tiếp các đường tròn, tâm lần lượt là I', II'... IV' với các đường chéo tụ về điểm cự ly D. Đường bao hình chiếu phối cảnh vòm là đường bao các elip vừa vẽ. Đường bao đi qua điểm T' là phối cảnh của điểm tiếp xúc T thấy rõ trên hình chiếu đứng của vòm. Đỉnh A của vòm có hình phối cảnh khuất phía sau.

VI- PHỐI CẢNH SÂN KHẤU NGOÀI TRỜI



Hình I-56



Sân khấu ngoài trời gồm các bậc có dạng nửa đường tròn. Các bậc này cũng thấy trong các phòng họp hay giảng đường.

Khi vẽ phối cảnh các bậc, không nên dùng phương pháp tám điểm để vẽ các elip, mà có thể dùng phương pháp các mặt cắt như trong ví dụ dưới đây (hình I-56).

Ở đây mặt tranh đi qua trục là mặt cắt thứ nhất, trên đó thể hiện rõ kích thước của các bậc. Hai mặt cắt nữa là (R) và (Q) đi qua trục đối xứng, cắt các mặt bậc theo các đường thẳng nằm ngang lần lượt tụ về \bar{F}_R và \bar{F}_Q và qua các độ cao 1, 2, 3, 4 thấy rõ trên trục của sân khấu. Trên hình phối cảnh các điểm A' và B' là phối cảnh của các điểm A (A_2) và B (B_2) nằm trên cung tròn cao nhất.

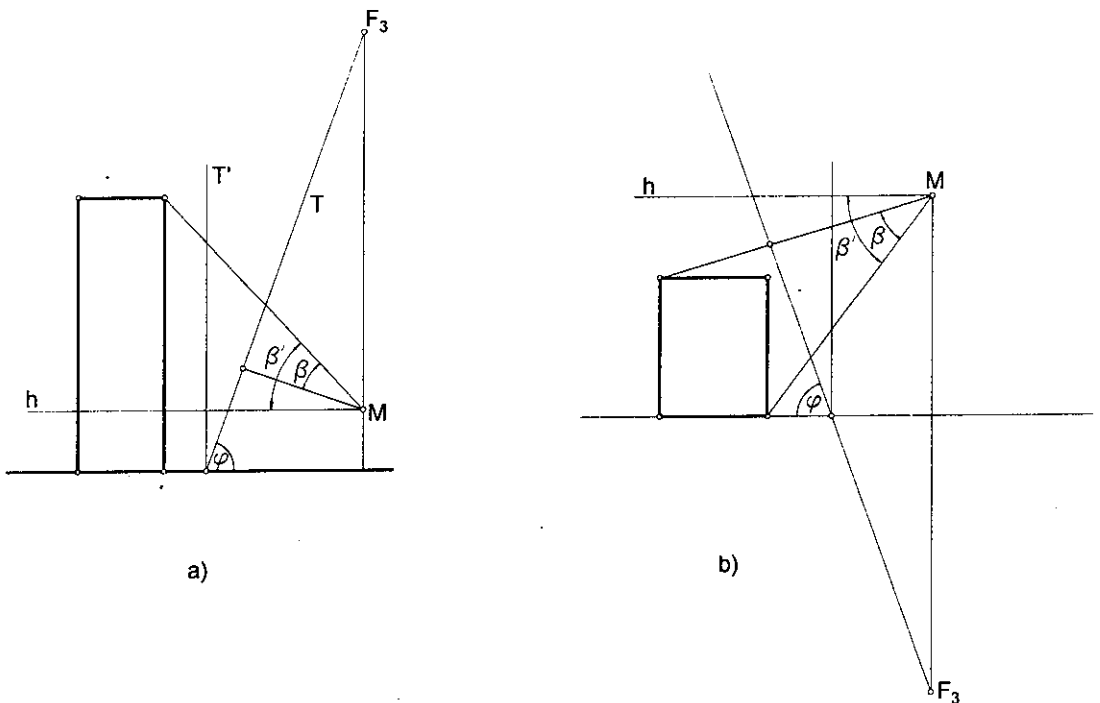
Các đường thẳng A'O và B'O đi qua các mũi bậc nằm trên hai mặt cắt là đường sinh của mặt nón có đỉnh là điểm O.

Chương 5

VẼ PHỐI CẢNH TRÊN TRANH NGHIÊNG

Khi thể hiện những công trình có chiều cao lớn, nếu dùng mặt tranh thẳng đứng, những bộ phận trên cao bị biến dạng rất nhiều. Điều này dễ hiểu, vì góc nhìn theo phương thẳng đứng β' (đối với tranh thẳng đứng) lớn hơn nhiều so với góc nhìn β (đối với mặt tranh nghiêng).

Có hai loại phối cảnh trên tranh nghiêng: phối cảnh hướng nhìn lên trên, khi đó mặt tranh nghiêng về phía người quan sát (hình I-57a); phối cảnh hướng nhìn xuống dưới, mặt tranh ngả về phía vật thể (hình I-57b). Phối cảnh loại sau này dùng để thể hiện những công trình nhìn từ trên cao. Dưới đây chủ yếu trình bày phối cảnh trên tranh nghiêng hướng nhìn lên. Cách làm đối với phối cảnh hướng xuống dưới cũng tương tự.



Hình I-57

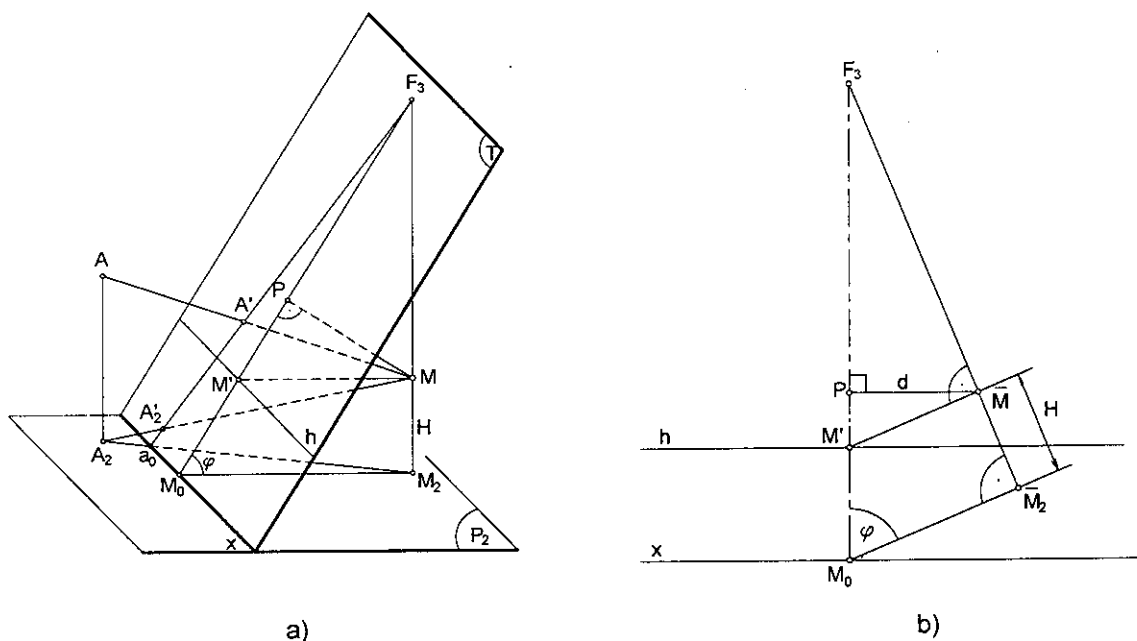
I- HỆ THỐNG HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH TRÊN MẶT TRANH NGHIÊNG (hình I-58a)

Ở đây vẫn dùng các thuật ngữ như đối với tranh phẳng thẳng đứng. Cần chú ý:

- Góc nghiêng (φ) là góc nhị diện giữa mặt tranh và mặt phẳng vật thể.
- Điểm chính (P) là chân đường vuông góc hạ từ mắt người quan sát xuống tranh T.
- Khoảng cách MP là khoảng cách chính (ký hiệu bằng chữ d).
- Đường chân trời (h) là giao của mặt phẳng tầm mắt với tranh. Trên hình I.58a điểm P ở phía trên đường chân trời h .

Theo định nghĩa về điểm tụ (xem chương 1-hình I-4), dễ dàng thấy rằng điểm tụ của các đường thẳng đứng là (F_3), nằm trên đường thẳng chính đi qua P và ở trên cao so với đường chân trời (thấp hơn trong phối cảnh trên tranh nghiêng hướng xuống dưới). Như vậy trong phối cảnh trên tranh nghiêng thường có ba điểm tụ (F^+ , F^- , F_3).

Trên hình I-58b (là hình gập quanh $F_3 M_0$ của tam giác vuông $F_3 M_0 M_2$ vào mặt tranh mà ta thấy trên hình I-58a), dễ dàng thấy rằng, nếu ta có góc φ , khoảng cách từ chân người quan sát đến đáy tranh ($M_0 M_2$) và độ cao của mắt người quan sát (H), thì có thể xác định được điểm tụ F_3 cũng như điểm chính P, khoảng cách chính và đường chân trời h (đi qua điểm M').



Hình I-58

II- HÌNH PHỐI CẢNH CỦA ĐIỂM

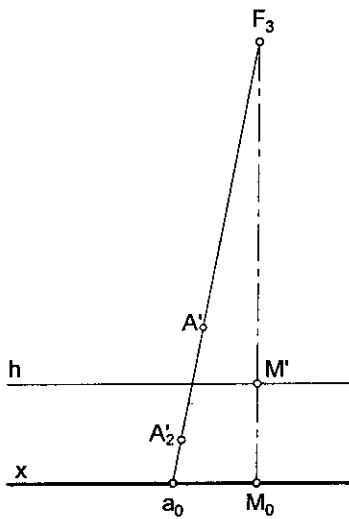
Giả sử có điểm A trong không gian, có hình chiếu bằng là A_2 (hình I-58a), phối cảnh (A') của A là giao của tia chiếu MA với tranh (T). Muốn vậy, cần tìm điểm $a_0 = x \cap M_2 A_2$; nối $a_0 F_3$ cắt tia chiếu MA tại A' . Phối cảnh chân (A_2') cũng nằm trên đường dóng $F_3 a_0$.

Cặp điểm A', A_2' cho phép dựng lại điểm A trong không gian gọi là hình biểu diễn (hay *đồ thức phối cảnh*) của điểm A trên tranh nghiêng (hình I-59).

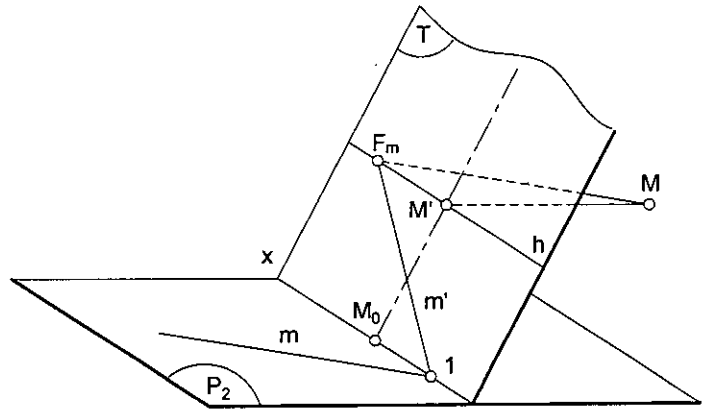
Vẽ phối cảnh một điểm trong không gian thường bắt đầu bằng việc vẽ *phối cảnh chân* của nó, tức là phối cảnh của một điểm nằm trên mặt vật thể (P_2).

Điểm A_2 có thể xem như là giao của hai đường thẳng bất kỳ m và n . Việc vẽ phối cảnh các đường thẳng này ta đã biết. Hình I-60 là hình không gian trình bày cách vẽ phối cảnh đường thẳng m nằm trong P_2 . Phối cảnh của m là m' được thấy rõ trên hình I-61, trên đó F_m là điểm tụ của đường thẳng m , điểm 1 là vết tranh của nó. Cũng trên hình này có vẽ phối cảnh của đường thẳng n là n' . Do đó phối cảnh chân của điểm A là

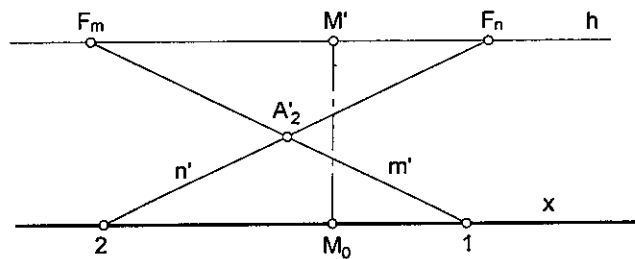
$$A_2' = m' \cap n'$$



Hình I-59

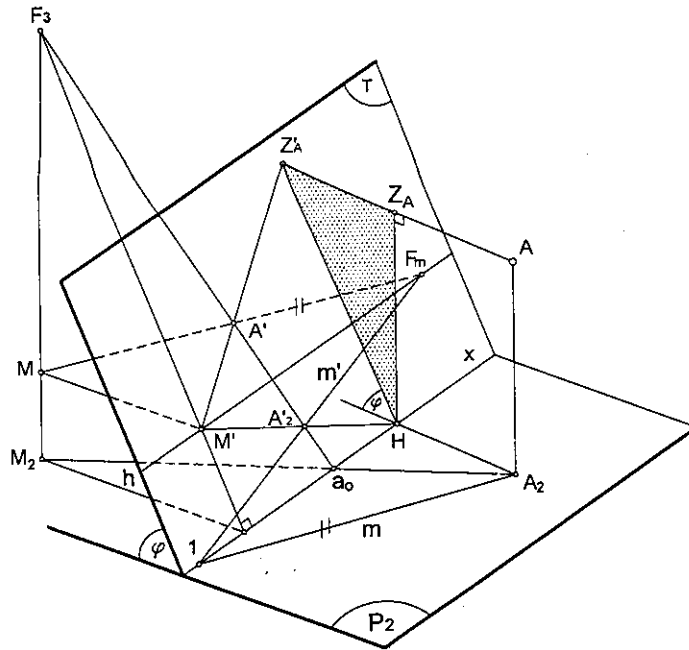


Hình I-60



Hình I-61

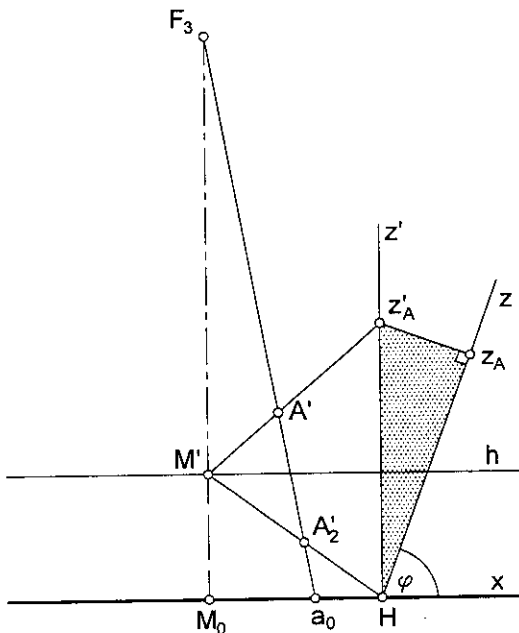
Chú ý rằng, A_2 cũng có thể được xác định bằng đường thẳng đi qua chân người quan sát (M_2A_2) và đường thẳng vuông góc với đáy tranh $A_2 H$ (hình I-62). Phối cảnh của các đường thẳng này là $F_3 a_0$ và $M'H$, do đó $A_2' = F_3 a_0 \cap M'H$ (hình I-63).



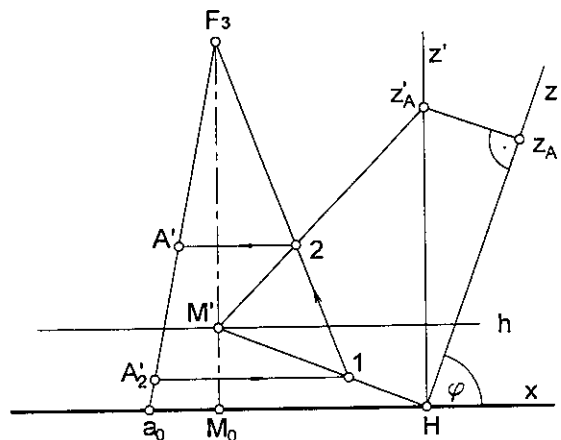
Hình I-62

Dựng độ cao: Sau khi vẽ được phối cảnh chân của một điểm, nếu dựng được độ cao của nó, tức là đã vẽ được phối cảnh của điểm đó trong không gian.

Giả sử mặt tranh nghiêng được đặt trùng với mặt phẳng bản vẽ. Quan sát hình I.62, ta thấy độ cao Z'_A trên tranh nghiêng là cạnh huyền của tam giác vuông $HZ_A Z'_A$, từ đó suy ra cách dựng độ cao trên tranh (hình I-63) (đặt độ cao Z_A của điểm A trên trục z, vẽ nghiêng một góc φ so với đáy tranh; đường vuông góc dựng tại Z_A với trục z cắt z' tại Z'_A).



Hình I-63

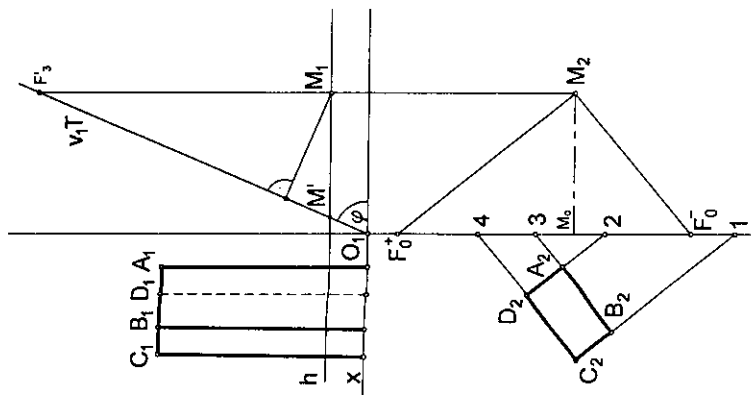
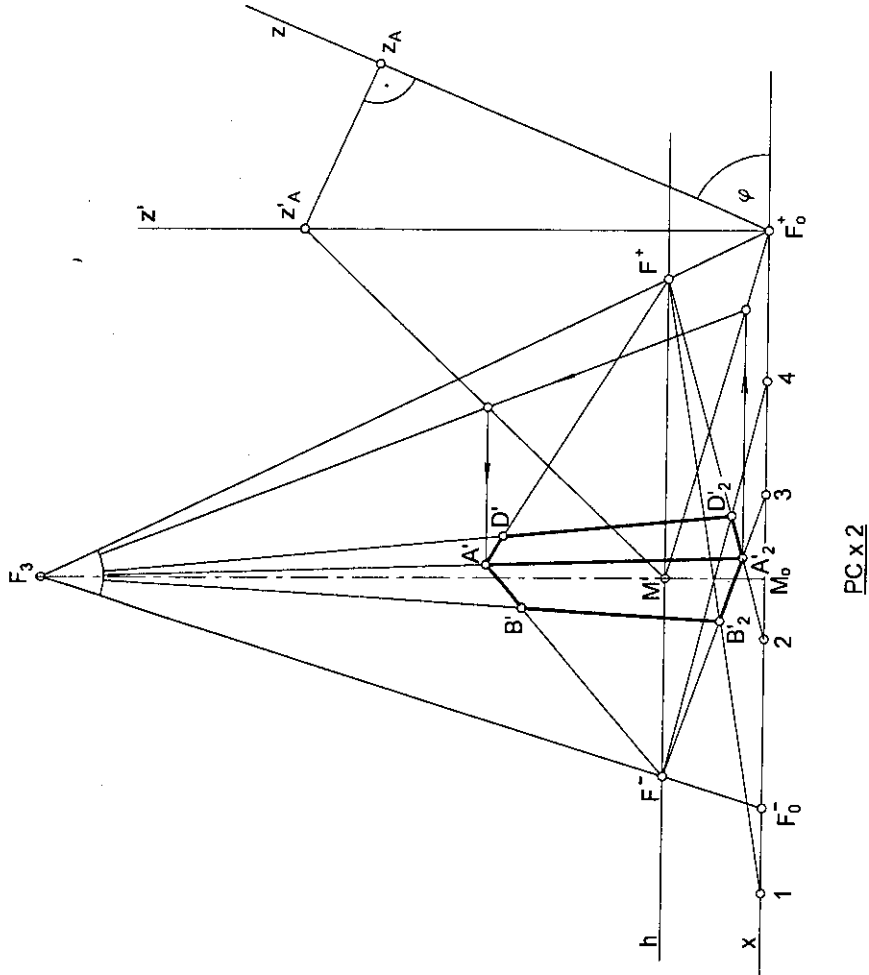


Hình I-64

Khi có nhiều độ cao, có thể dùng “tường bên” để dựng độ cao. Tường bên là mặt phẳng vuông góc với cả tranh T và mặt phẳng vật thể. Điểm A'_2 được dựng theo hướng mũi tên $A'_2 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow A'$ (hình I-64).

III- VẼ PHỐI CẢNH MỘT VẬT THỂ THEO HÌNH CHIẾU THẲNG GÓC

Phổ biến nhất vẫn là phương pháp hai điểm tụ (kết hợp với các đường thẳng đi qua chân người quan sát).



Hình I-65

Hình I-65 trình bày ví dụ cách vẽ phối cảnh hình hộp chữ nhật bằng phương pháp hai điểm tụ. Ở đây mặt tranh là mặt phẳng chiếu đứng, nên góc nghiêng φ của mặt tranh được thể hiện rõ trên hình chiếu đứng¹; khoảng cách từ đường chân trời đến đáy tranh (O_1, M'), cũng như khoảng cách từ điểm tụ F_3 đến đáy tranh (F'_3O_1) được thấy rõ trên v_1T . Sau khi xác định các vết tranh của hai họ đường thẳng đi qua các điểm cần vẽ phối cảnh (các điểm 1, 2,... 4) và các điểm tụ tương ứng F_0^- và F_0^+ . Người ta chuyển chúng lên mặt tranh (với tỷ lệ gấp hai lần). Trên mặt tranh, giao của hai chùm đường thẳng $F_0^- (3, 4)$ và $F_0^+ (1, 2)$ cho ta hình phối cảnh các điểm tương ứng trên mặt bằng ($A'_2; B'_2 \dots$). Dùng thước bên để dựng độ cao của các điểm (chiều cao Z_A sau khi nhân đôi được đặt trên trục $F_0^+ Z$).

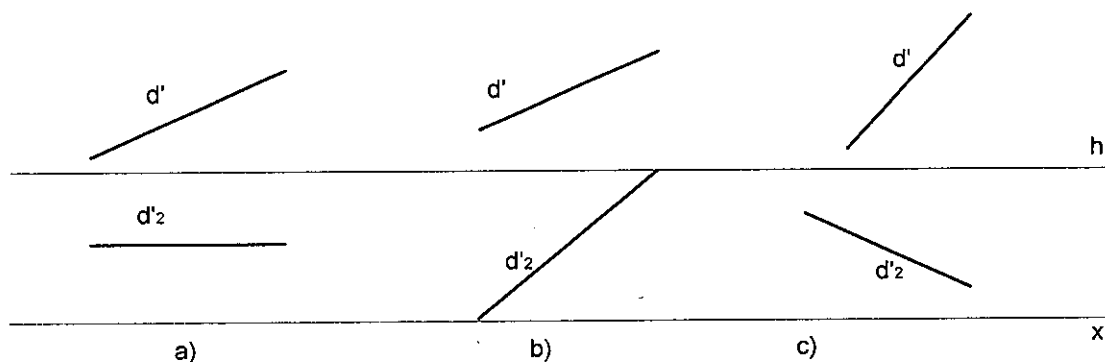
¹ Nếu mặt tranh cho ở vị trí khác (góc φ không được thể hiện rõ), có thể dùng phương pháp thay đổi mặt phẳng hình chiếu để đưa về trường hợp này.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

Chương 1– BIỂU DIỄN CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC CƠ BẢN

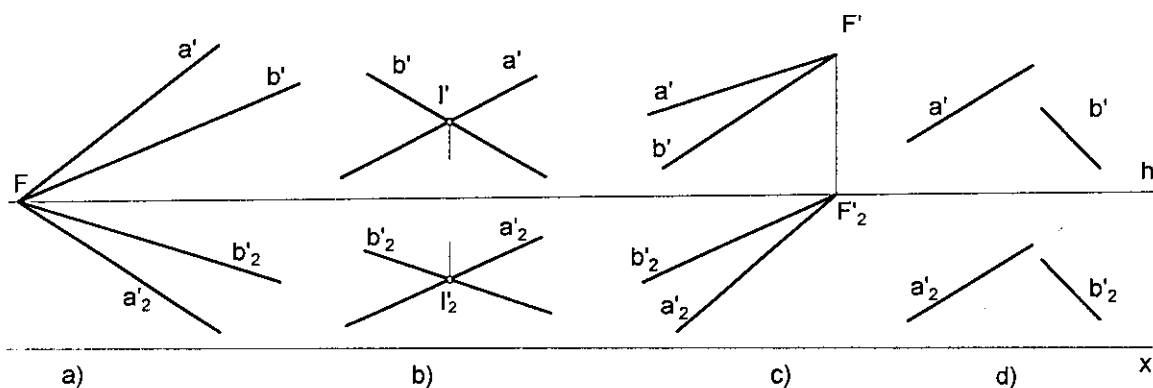
1. Vẽ đồ thức phối cảnh của điểm A nằm trên mặt vật thể, điểm B trên tranh và một điểm xa vô tận trong không gian.

Hãy vẽ vết tranh, vết bằng và điểm vô tận của đường thẳng (d) trong các trường hợp cho trên hình I-66. Có nhận xét gì về vị trí của chúng trong không gian?



Hình I-66

2. Có nhận xét gì về vị trí tương đối của 2 đường thẳng a và b trong các trường hợp cho trên hình I.67?

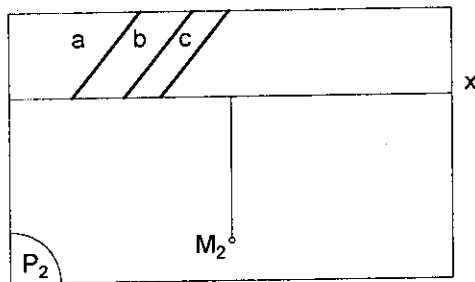
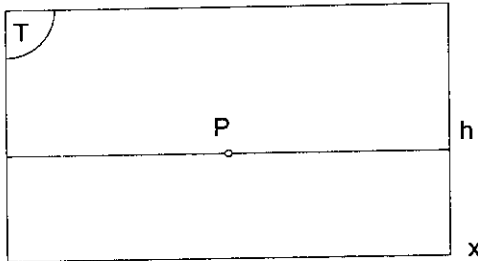


Hình I-67

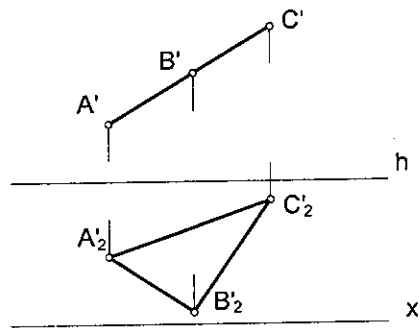


3. Vẽ phối cảnh của ba đường thẳng song song nằm trên mặt phẳng vật thể P_2 (hình I-68).

4. Mặt phẳng của tam giác ABC cho trên hình I-69 có gì đặc biệt?



Hình I-68

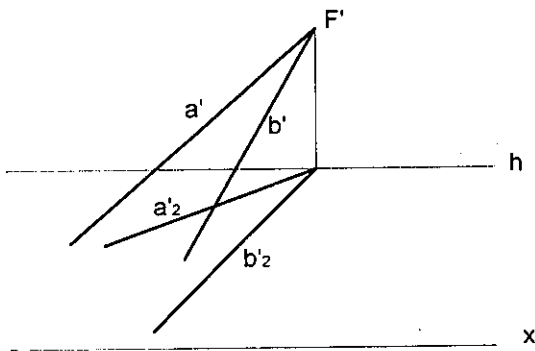


Hình I-69

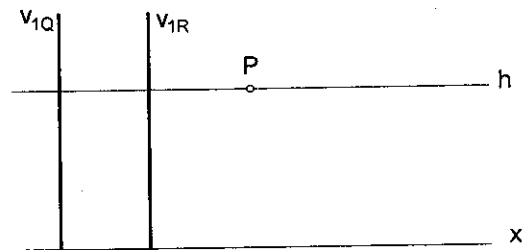
5. Vẽ hai đường thẳng song song thuộc P_2 và nghiêng 45° so với mặt tranh, biết điểm chính P và khoảng cách chính d.

6. Vẽ vết bằng, vết tranh và đường tụ của mặt phẳng Q (axb) (hình I-70).

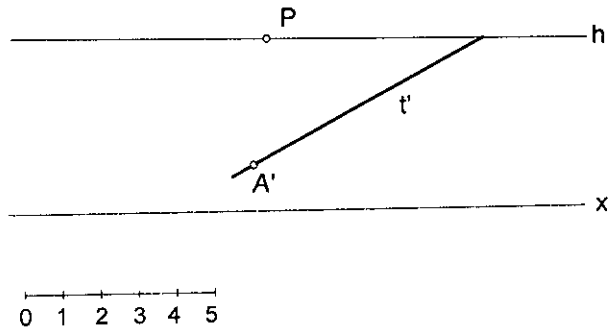
7. Vẽ vết bằng và đường tụ của 2 mặt phẳng Q và R thẳng đứng và vuông góc với tranh (hình I-71).



Hình I-70

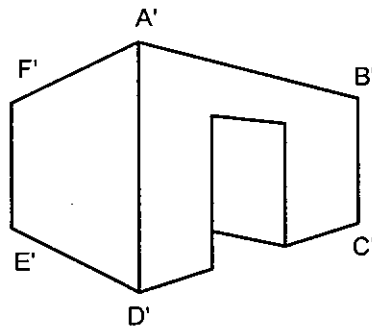


Hình I-71



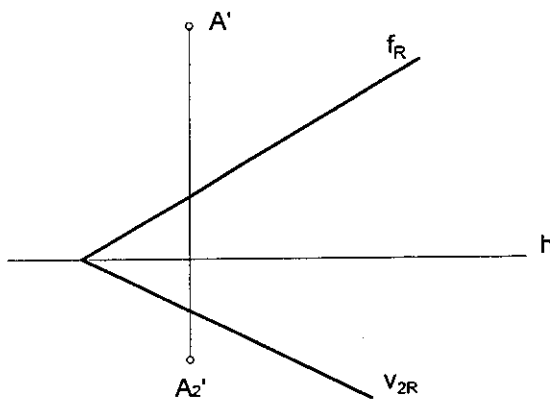
Hình 1-74

4. Cho phối cảnh của ngôi nhà hình hộp $A'B'C'D'E'F'$ nằm trên P_2 . Mặt chính có cửa đi là hình vuông. Hãy xác định điểm chính P , khoảng cách chính d (hình 1-75) và các kích thước ngôi nhà.



Hình 1-75

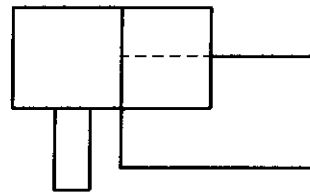
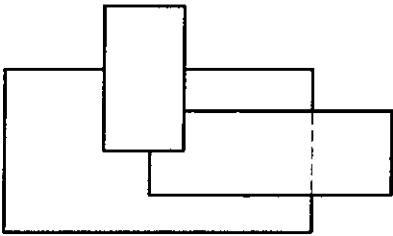
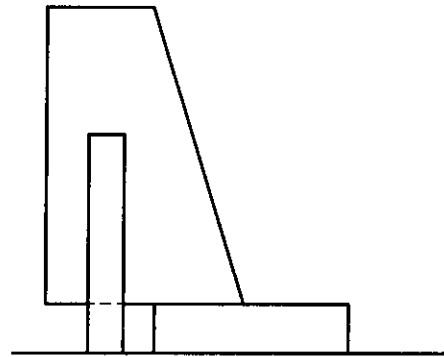
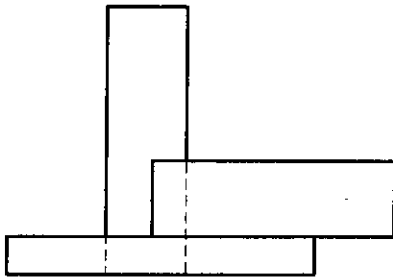
5. Cho mặt phẳng $R(f_R, v_{2R})$ và điểm $A(A', A_2')$. Hãy vẽ hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng R (hình 1-76).



Hình 1-76

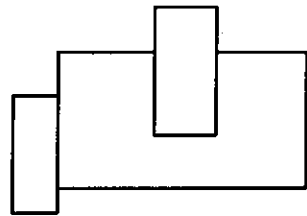
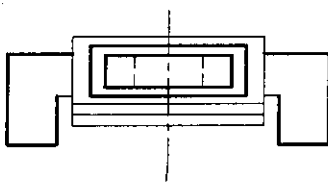
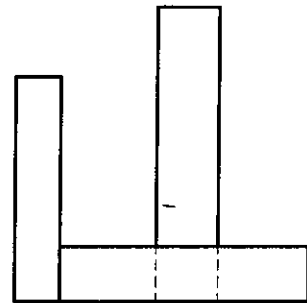
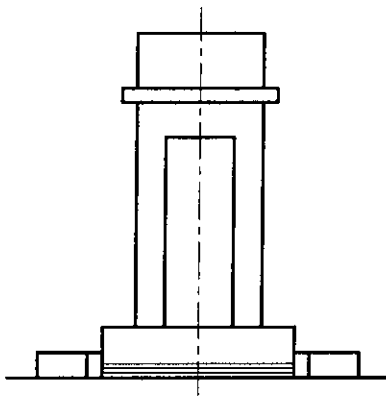
Chương 3– VẼ PHỐI CẢNH TỪ HÌNH CHIẾU THẲNG GÓC

1. Dựa vào hình chiếu thẳng góc của vật thể (hình I-77 a, b, c, d), hãy vẽ phối cảnh của chúng. Tự chọn vị trí đáy tranh và điểm nhìn.



a)

b)

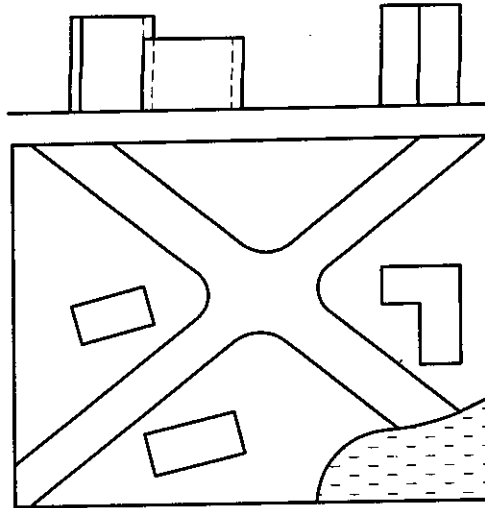


c)

d)

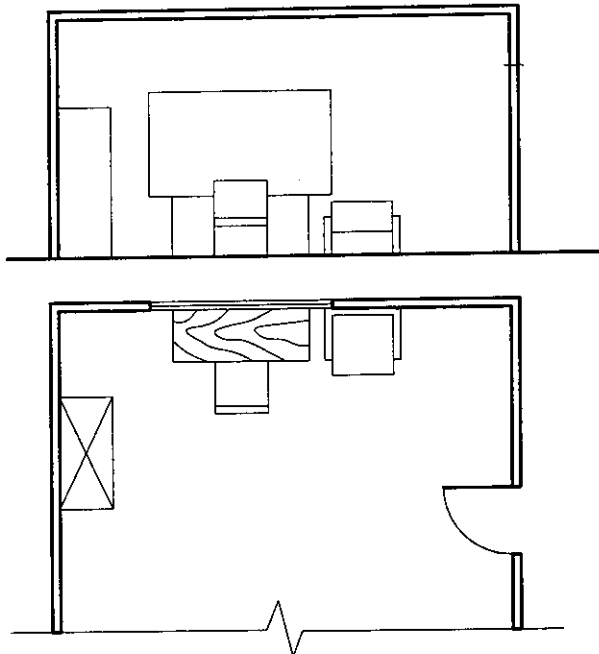
Hình I-77

2. Vẽ phối cảnh *chim bay* khu quy hoạch (hình I.78).



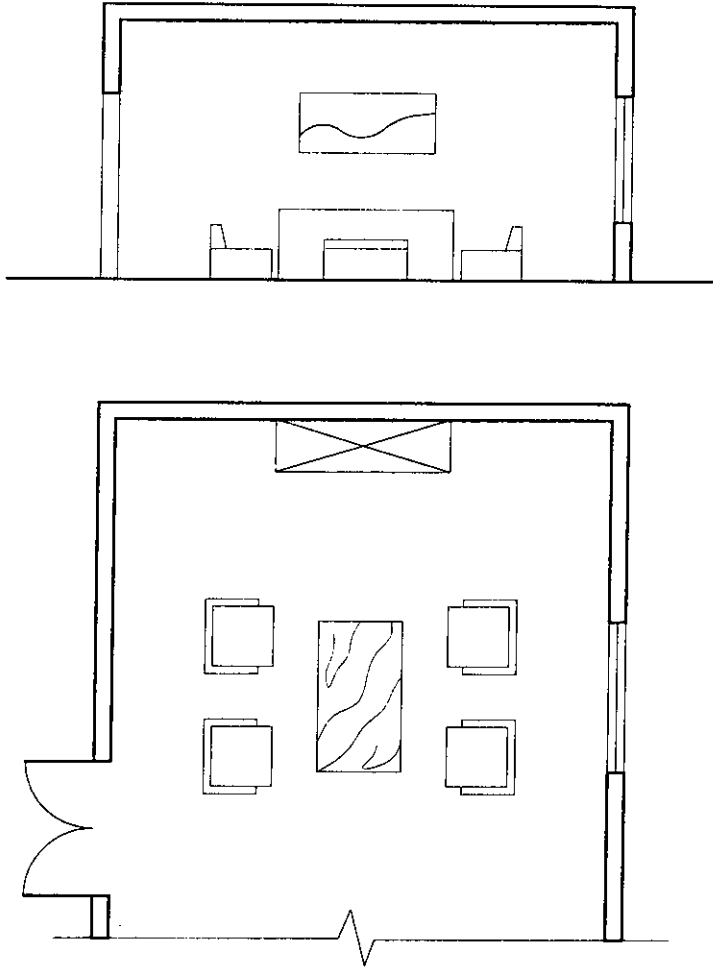
Hình I-78

3. Vẽ phối cảnh nội thất góc của căn phòng (hình I-79).



Hình I-79

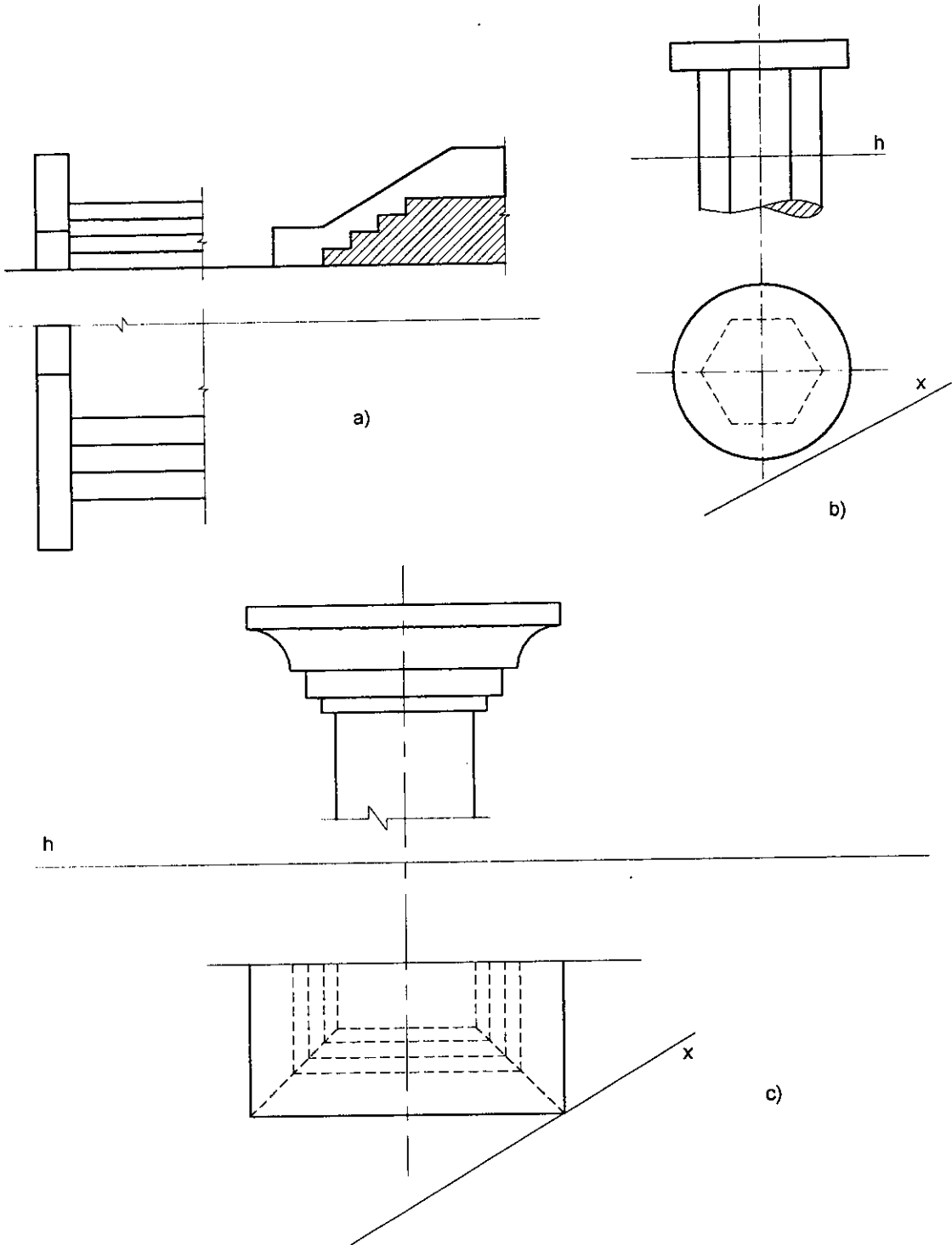
4. Vẽ phối cảnh nội thất chính diện (hình I-80).



Hình I-80

Chương 4- PHỐI CẢNH MỘT SỐ CHI TIẾT KIẾN TRÚC

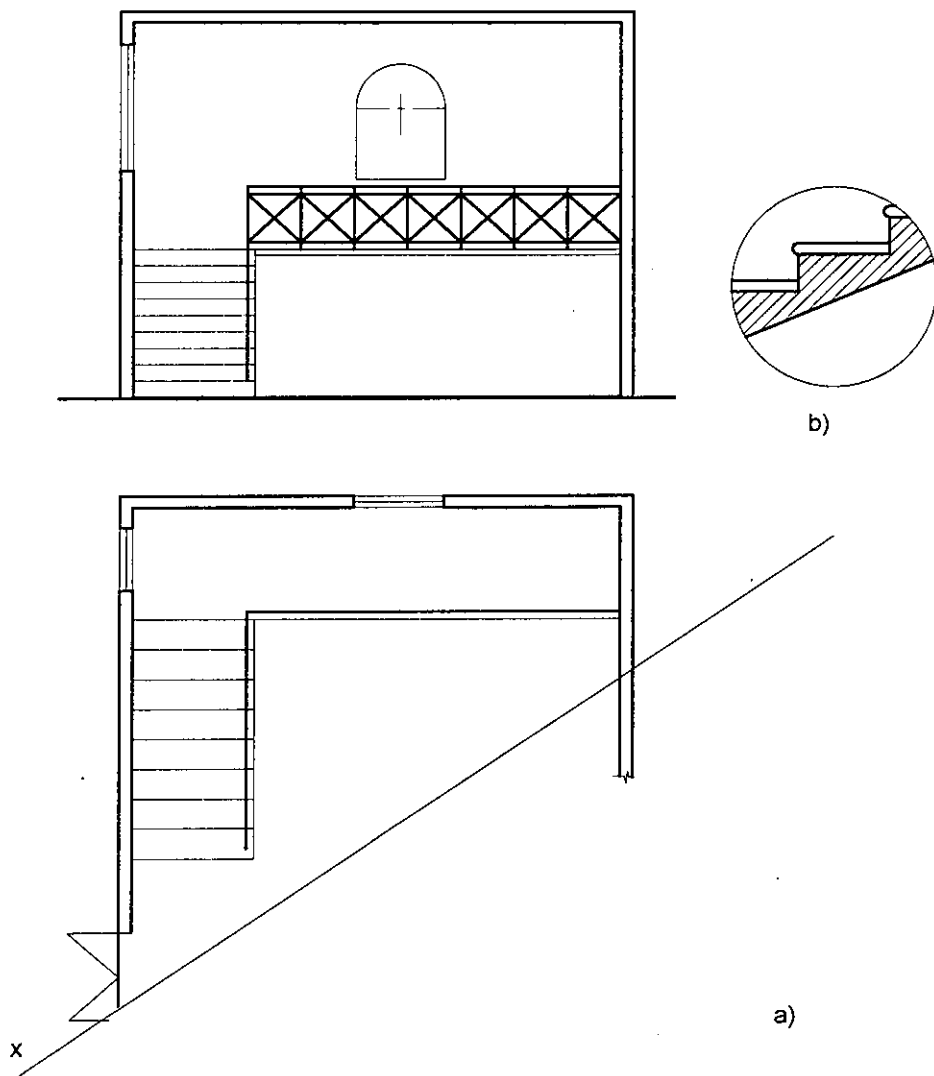
1. Vẽ phối cảnh các chi tiết kiến trúc cho trên các hình I-81 a, b, c.



Hình I-81



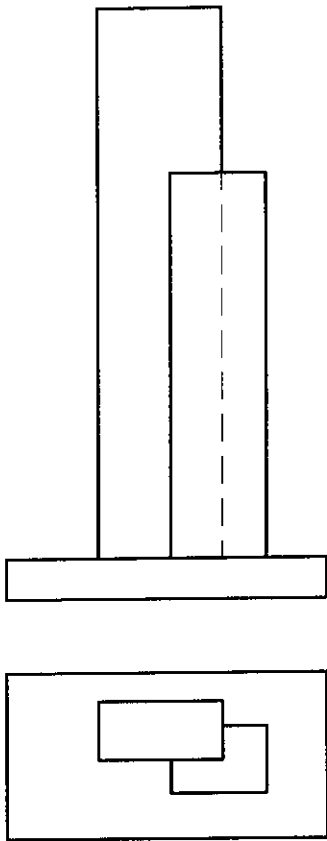
2. Vẽ phối cảnh nội thất góc của căn phòng có cầu thang và cửa sổ hình bán nguyệt (hình I-82).



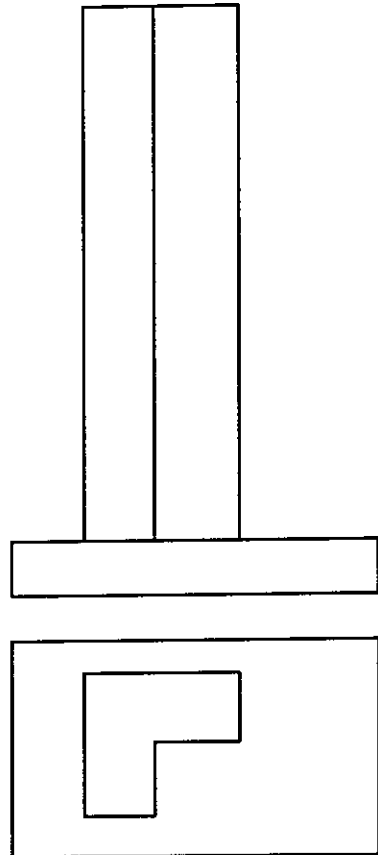
Hình I-82

Chương 5– VẼ PHỐI CẢNH TRÊN TRANH NGHIÊNG

Vẽ phối cảnh trên tranh nghiêng của các công trình có các hình chiếu thẳng góc cho trên hình I-83 a, b.



a)



b)

Hình I-83

Phần hai

HÌNH CHIẾU CÓ SỐ

Hình chiếu có số là loại hình biểu diễn được xây dựng bằng phép chiếu vuông góc, trên đó có thể hiện độ cao của các đối tượng được biểu diễn. Hình chiếu có số thường dùng để thiết lập bản vẽ các công trình xây dựng liên quan đến mặt đất tự nhiên, trên đó mô tả một vùng đất được thi công (đào, đắp, san lấp...) để phục vụ cho việc xây dựng các công trình như cầu, đường, đê, đập, hồ chứa nước, trạm thủy điện... Các công trình này thường có các kích thước chiều dài và chiều rộng lớn hơn nhiều so với kích thước chiều cao.

Chương 1

BIỂU DIỄN CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC

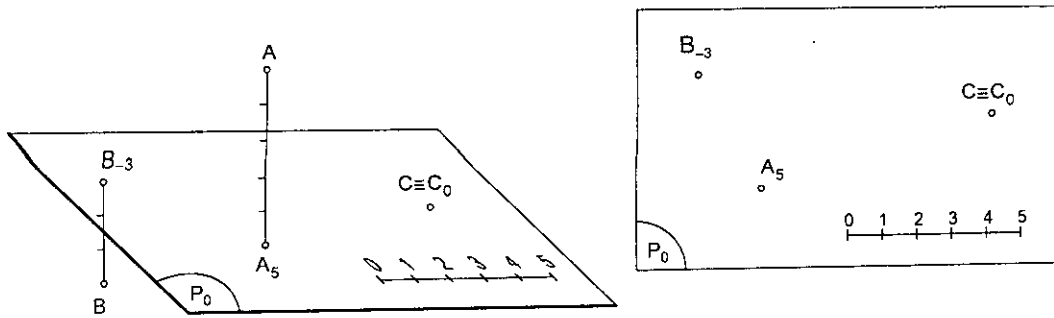
I- HỆ THỐNG CHIẾU

Trong hình chiếu có số, hệ thống chiếu gồm các yếu tố sau:

- Một mặt phẳng nằm ngang P_0 dùng làm mặt phẳng hình chiếu và được gọi là *mặt phẳng chuẩn*. Độ cao quy ước của mặt phẳng chuẩn là 0,00 m, tương ứng với độ cao trung bình của mức nước biển.
- Phương chiếu vuông góc với mặt phẳng chuẩn P_0 .
- Một thước tỷ lệ dùng để đo độ cao của các yếu tố cần biểu diễn so với mặt phẳng chuẩn.

II- BIỂU DIỄN ĐIỂM

Giả sử có một điểm A ở phía trên và cách mặt phẳng P_0 5 đơn vị đo theo thước tỷ lệ (hình II-1).



Hình II-1

Để biểu diễn điểm A ta làm như sau:

– Chiếu thẳng góc điểm A lên mặt phẳng chuẩn P_0 , hình chiếu thẳng góc của A có ghi chỉ số độ cao của nó so với P_0 là A_5 .

– Đặt mặt phẳng chuẩn P_0 trùng với mặt phẳng bản vẽ.

Điểm A_5 được gọi là hình chiếu có số của điểm A.

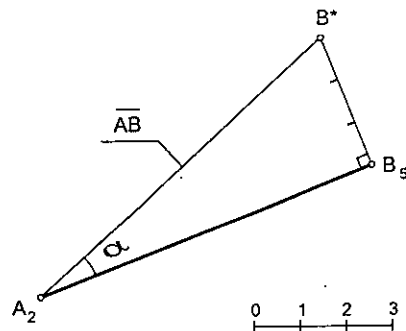
Quy ước rằng, các điểm nằm phía dưới mặt phẳng chuẩn P_0 có độ cao âm (< 0).

Trên hình vẽ cũng biểu diễn điểm B ở phía dưới, cách P_0 3 đơn vị đo và điểm C thuộc mặt phẳng P_0 . Hình chiếu có số của chúng lần lượt là B_{-3} và $C_0 \equiv C$.

III- BIỂU DIỄN ĐƯỜNG THẲNG

Trong hình chiếu có số, đường thẳng thường được biểu diễn bằng hình chiếu của hai điểm bất kỳ thuộc nó. Trên hình II-2 biểu diễn đường thẳng AB bằng hình chiếu có số A_2B_5 – đường thẳng nối các hình chiếu A_2 và B_5 của các điểm A và B thuộc đường thẳng đó.

Sau đây là một số vấn đề liên quan đến việc biểu diễn đường thẳng.



Hình II-2

1. Xác định độ dài và góc nghiêng so với mặt phẳng chuẩn của một đoạn thẳng

Giả sử cần xác định độ dài của đoạn thẳng AB (A_2B_5) và góc nghiêng của nó so với P_0 (hình II-2).

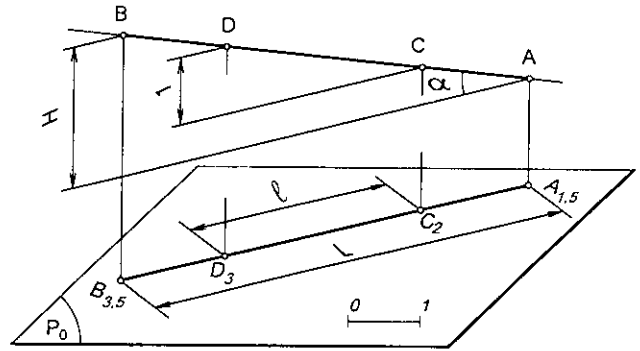
Dựng tam giác vuông nhận A_2B_5 là một cạnh của góc vuông, cạnh góc vuông còn lại B_5B^* có độ dài bằng hiệu số độ cao của A và B là 3 đơn vị đo (theo thước tỷ lệ). Cạnh huyền A_2B^* của tam giác vuông thể hiện chiều dài của AB và góc α tạo bởi A_2B^* và A_2B_5 là góc nghiêng cần tìm.

2. Độ dốc và khoảng của đường thẳng

– *Độ dốc của đường thẳng*: là tang của góc nghiêng của đường thẳng đó so với mặt phẳng chuẩn. Gọi α là góc nghiêng của đường thẳng so với mặt phẳng chuẩn và i là *độ dốc* của nó, ta có (hình II-3):

$$i = \tan \alpha = \frac{H}{L}$$

trong đó H là hiệu số độ cao của A và B , L là độ dài của hình chiếu của đoạn AB trên mặt phẳng chuẩn.



Hình II-3

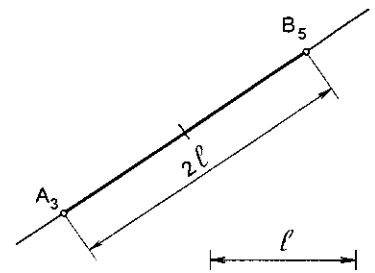
– *Khoảng của đường thẳng*: là độ dài hình chiếu của một đoạn thuộc đường thẳng đó có hiệu số độ cao hai đầu mút là 1 đơn vị đo. Trên hình II-3 biểu diễn đường thẳng AB bằng các hình chiếu $A_{1,5}$, $B_{3,5}$ của hai điểm A và B thuộc nó. Hai điểm C và D thuộc AB và có độ cao chênh nhau 1 đơn vị, độ dài hình chiếu $C_2D_3 = l$ là *khoảng* của đường thẳng AB . Các khoảng của cùng một đường thẳng có độ dài bằng nhau.

Trên hình vẽ ta cũng thấy rằng:

$$i = \tan \alpha = \frac{1}{l}$$

Như vậy độ dốc và khoảng của một đường thẳng là hai đại lượng nghịch đảo. Các đường thẳng song song với mặt phẳng chuẩn gọi là các đường bằng, có độ dốc bằng 0 và do đó khoảng của chúng là đại lượng vô cùng lớn.

Một đường thẳng cũng có thể biểu diễn bằng hình chiếu thẳng góc của nó trên mặt phẳng chuẩn, hình chiếu của một điểm thuộc nó và độ dốc (hoặc khoảng) của đường thẳng đó. Trên hình II-4 biểu diễn đường thẳng d đi qua điểm A (A_3) và có khoảng bằng l . Để dàng xác định được một điểm thứ hai của đường thẳng này, chẳng hạn điểm B (B_5) bằng cách đặt đoạn $A_3B_5 = 2l$. Đường thẳng d qua điểm A có hai vị trí trong không gian, dốc lên hoặc dốc xuống tùy theo ta đặt điểm B_5 ở bên phải hoặc bên trái điểm A , nói khác đi bài toán có 2 nghiệm hình.



Hình II-4

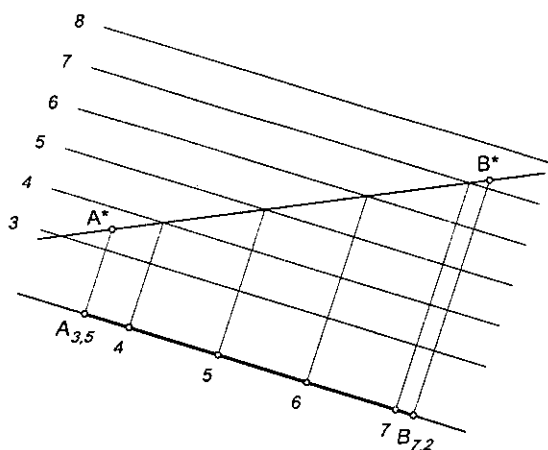
3. Chia độ đường thẳng

Chia độ một đường thẳng là xác định trên đường thẳng đó các điểm có độ cao là các số nguyên. Giả sử cần chia độ đường thẳng $A_{3,5}B_{7,2}$ (hình II-5). Cách làm như sau:

Kẻ các đường thẳng song song với hình chiếu của AB , cách nhau những khoảng bằng 1 đơn vị đo và ghi chỉ số độ cao lần lượt là 3, 4, 5, 6, 7, 8... Qua các điểm $A_{3,5}$ và $B_{7,2}$ vẽ các

đường thẳng song song nhau và có phương tùy chọn, ở đây vẽ vuông góc với hình chiếu $A_{3,5}B_{7,2}$ và trên đó đánh dấu các điểm A^* và B^* có các độ cao lần lượt là 3,5 và 7,2 đơn vị đo. Qua các giao điểm của A^*B^* với các đường thẳng có chỉ số độ cao là các số nguyên 4, 5, 6, 7 ta vẽ các đường thẳng song song với $A_{3,5}A^*$ (hoặc $B_{7,2}B^*$) cho đến cắt hình chiếu $A_{3,5}B_{7,2}$ ta sẽ nhận được hình chiếu của các điểm thuộc đường thẳng AB có chỉ số độ cao là các số nguyên 4, 5, 6 và 7.

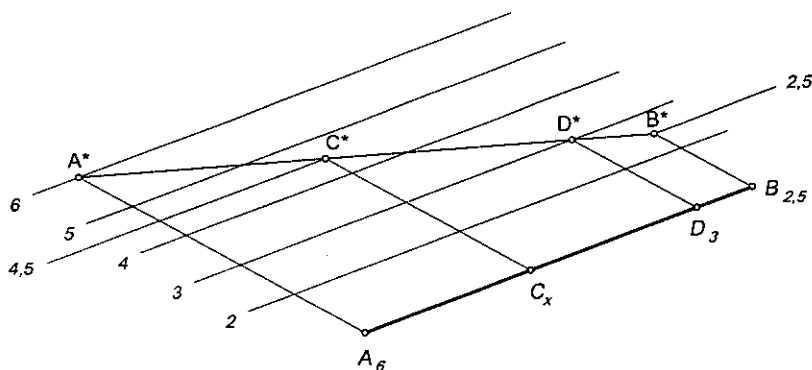
Bằng cách chia độ một đường thẳng ta cũng đồng thời xác định được khoảng của nó. Trên hình vẽ các đoạn thẳng $4-5=5-6=6-7\dots$ chính là khoảng của AB .



Hình II-5

4. Xác định độ cao của một điểm thuộc một đường thẳng hoặc xác định hình chiếu của một điểm có độ cao cho trước thuộc một đường thẳng

Giả sử có đường thẳng AB ($A_6B_{2,5}$) (hình II-6).



Hình II-6

– Xác định độ cao x của điểm C thuộc đường thẳng AB , cho biết hình chiếu C_x của nó. Cách làm như sau: Kẻ các đường thẳng song song với hình chiếu $A_6B_{2,5}$, cách nhau những

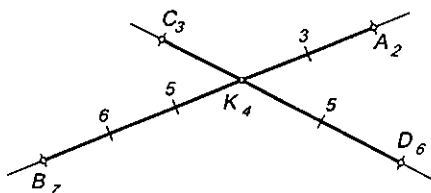
khoảng bằng 1 đơn vị đo và có chỉ số độ cao lần lượt là 2, 3, 4, 5, 6... Qua các điểm A_6 và $B_{2,5}$ vẽ các đường thẳng song song nhau có phương tùy chọn, trên đó đánh dấu các điểm A^* và B^* có độ cao lần lượt là 6 và 2,5 đơn vị đo. Đường thẳng vẽ qua điểm C_x và song song với A_6A^* (hoặc $B_{2,5}B^*$) cắt A^*B^* tại điểm C^* , từ đó ta có thể đọc được chỉ số độ cao của điểm C , chẳng hạn ở đây là 4,5.

– Xác định hình chiếu của điểm D thuộc đường thẳng AB có độ cao là 3 đơn vị đo. Qua giao điểm D^* của A^*B^* với đường thẳng có chỉ số độ cao là 3, vẽ đường thẳng song song với A_6A^* cho đến cắt hình chiếu $A_6B_{2,5}$ ta sẽ được hình chiếu D_3 của điểm D cần tìm.

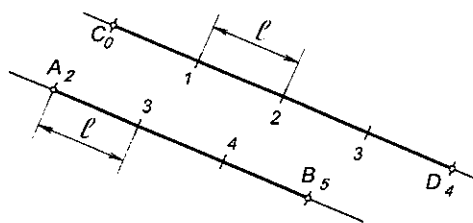
5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

– Hai đường thẳng cắt nhau: Hai đường thẳng bất kỳ (không thuộc một mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng chuẩn) mà cắt nhau thì hình chiếu của chúng cắt nhau và giao điểm của hai hình chiếu đó là hình chiếu của hai điểm có cùng chỉ số độ cao thuộc mỗi đường thẳng. Trên hình II-7 biểu diễn hai đường thẳng AB (A_2B_7) và CD (C_3D_6) cắt nhau tại điểm K (K_4).

– Hai đường thẳng song song: Hai đường thẳng song song nhau thì hình chiếu của chúng song song nhau, khoảng (hoặc độ dốc) bằng nhau và các số chỉ độ cao tăng (hoặc giảm) cùng chiều. Trên hình II-8 biểu diễn hai đường thẳng song song AB (A_2B_5) và CD (C_0D_4).



Hình II-7



Hình II-8

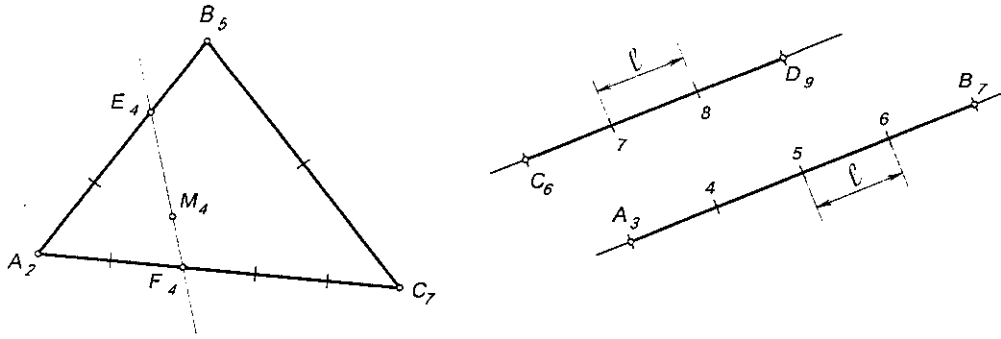
IV- BIỂU DIỄN MẶT PHẪNG

Mặt phẳng có thể biểu diễn bằng các yếu tố xác định nó: ba điểm không thẳng hàng; một điểm và một đường thẳng không chứa điểm đó; hai đường thẳng cắt nhau; hai đường thẳng song song.

Trên hình II-9 mặt phẳng Q được biểu diễn bằng hình chiếu của 3 điểm A, B, C thuộc nó: Q (A_2, B_5, C_7) và mặt phẳng R được biểu diễn bằng hai đường thẳng song song AB và CD : R ($A_3B_7 // C_6D_9$).

Như ta đã biết, một đường thẳng thuộc một mặt phẳng nếu nó có hai điểm thuộc mặt phẳng đó. Một điểm thuộc một mặt phẳng nếu nó thuộc một đường thẳng của mặt phẳng. Trên hình vẽ có biểu diễn đường thẳng EF (E_4F_4) và điểm M (M_4) thuộc mặt phẳng Q .

Đường thẳng EF có độ cao không đổi, ở đây là 4, gọi là một đường bằng hoặc một đường đồng mức của mặt phẳng Q. Có thể xem đường thẳng này là giao tuyến của mặt phẳng Q với một mặt phẳng nằm ngang (song song với mặt phẳng chuẩn) có độ cao là 4.

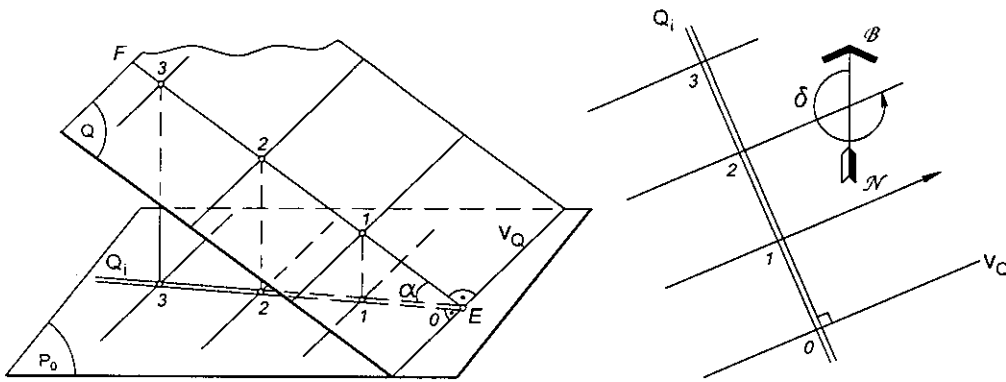


Hình II-9

Sau đây là một số vấn đề liên quan đến việc biểu diễn mặt phẳng.

1. Đường dốc nhất của mặt phẳng

Đường dốc nhất của mặt phẳng là đường thẳng thuộc mặt phẳng đó và tạo với mặt phẳng chuẩn một góc lớn nhất – góc nghiêng của mặt phẳng đã cho với mặt phẳng chuẩn. Trên hình II-10 vẽ đường dốc nhất EF của mặt phẳng Q, nó vuông góc với các đường bằng của Q.



Hình II-10

Hình chiếu của đường dốc nhất này, trên đó có chia độ được gọi là *đường tỷ lệ độ dốc* của mặt phẳng Q, ký hiệu là Q_i và thường vẽ bằng hai nét liền mảnh song song nhau. Rõ ràng là đường tỷ lệ độ dốc của một mặt phẳng cũng vuông góc với hình chiếu của các đường bằng của mặt phẳng đó. Đường bằng có độ cao bằng 0 của mặt phẳng Q gọi là vết bằng của Q, đó là giao tuyến của Q với mặt phẳng chuẩn và ký hiệu là v_Q .

Trong hình chiếu có số, mặt phẳng thường được biểu diễn bằng đường tỷ lệ độ dốc và một số đường bằng của nó.

Để xác định góc nghiêng α của mặt phẳng Q, chỉ việc xác định góc nghiêng của đường tỷ lệ độ dốc Q_i , cách làm đã trình bày trong mục III.1 ở trên và được chỉ rõ trên hình vẽ.

Để xác định vị trí của một mặt phẳng trên bản vẽ, người ta thường dùng *hướng phương vị* hoặc *góc phương vị* của mặt phẳng đó.

2. Hướng phương vị và góc phương vị của mặt phẳng

– *Hướng phương vị* của mặt phẳng là hướng của các đường bằng của mặt phẳng về phía tay phải của người quan sát khi người đó đứng nhìn mặt phẳng về phía dốc lên.

– *Góc phương vị* của mặt phẳng là góc hợp thành giữa hướng bắc của kim nam châm và hướng phương vị của mặt phẳng tính theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.

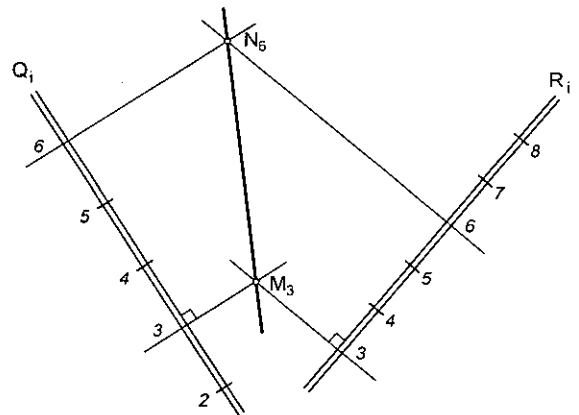
Trên hình II-10 cũng chỉ rõ hướng phương vị và góc phương vị δ của mặt phẳng Q.

3. Một số bài toán liên quan đến mặt phẳng

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng

Giả sử cần vẽ giao tuyến của hai mặt phẳng Q (Q_i) và R (R_i) (hình II-11).

Ta có thể xác định giao tuyến của Q và R bằng cách xác định các giao điểm M và N của hai cặp đường bằng có cùng độ cao của hai mặt phẳng, chẳng hạn các cặp đường bằng độ cao 3 và độ cao 6. Nói khác đi ta đã dùng các mặt phẳng nằm ngang có độ cao 3 và 6 làm mặt phẳng phụ trợ, giao tuyến phụ của hai mặt phẳng này với Q và R là các cặp đường bằng độ cao 3 và 6 vừa vẽ. Đường thẳng MN (M_3N_6) là giao tuyến cần tìm.



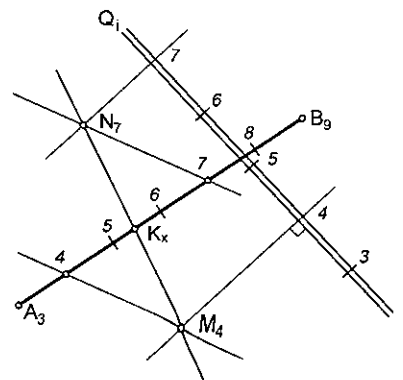
Hình II-11

b) Giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

Giả sử cần xác định giao điểm của đường thẳng AB (A_3B_9) với mặt phẳng Q (Q_i) (hình II-12).

Để xác định giao điểm của AB với mặt phẳng Q, thường dùng phương pháp mặt phẳng phụ trợ:

– Dùng mặt phẳng phụ trợ R chứa AB, ở đây R được xác định bởi hai đường bằng song song có phương tùy chọn vẽ qua hai điểm có độ cao cũng tùy chọn, chẳng hạn là 4 và 7 thuộc AB.



Hình II-12

– Vẽ giao tuyến phụ của mặt phẳng phụ trợ R với mặt phẳng Q theo cách làm trên hình II-11, ở đây là đường thẳng nối các điểm M_4 và N_7 – giao điểm của các cặp đường bằng có độ cao 4 và 7 của hai mặt phẳng này.

– Giao điểm K_x của M_4N_7 và A_3B_9 là giao điểm cần tìm của đường thẳng AB với mặt phẳng Q. Dễ dàng xác định độ cao x của K như cách làm trên hình II-6.

c) Xác định độ lớn của hình phẳng

Giả sử cần xác định độ lớn của tam giác ABC ($A_4B_1C_9$) (hình II-13).

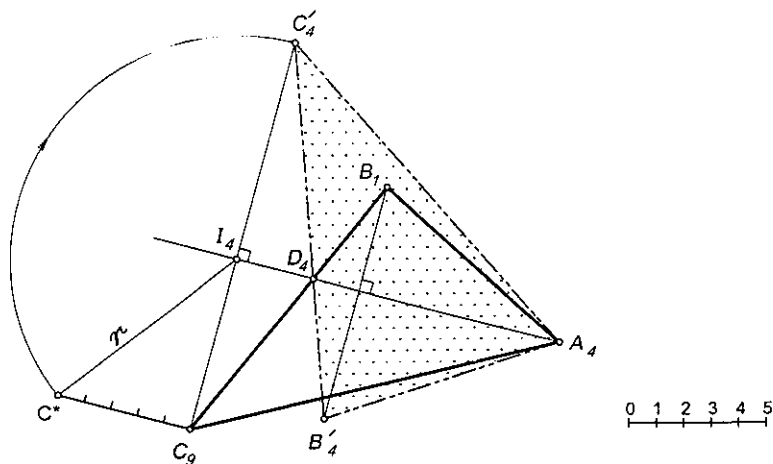
Để xác định độ lớn của một hình phẳng ta có thể quay hình phẳng đó quanh một đường bằng của nó đến vị trí mới song song với mặt phẳng chuẩn, khi đó hình chiếu thẳng góc trên mặt phẳng chuẩn của hình phẳng sau khi quay sẽ thể hiện độ lớn của nó.

- Trước tiên chia độ cạnh B_1C_9 của tam giác ABC rồi vẽ đường bằng A_4D_4 của nó.

– Xác định vị trí sau khi quay của điểm C (C_9) là $C'(C'_4)$ với chú ý là $C_9C'_4 \perp A_4D_4$ và đoạn $I_4C'_4$ bằng bán kính quay $r = I_4C^*$ của điểm C khi nó quay quanh đường bằng A_4D_4 .

– Dễ dàng xác định vị trí sau khi quay của điểm B_1 là B'_4 với chú ý là các điểm C'_4 , D_4 và B'_4 thẳng hàng.

Tam giác $A_4B'_4C'_4$ thể hiện độ lớn của tam giác ABC.



Hình II-13

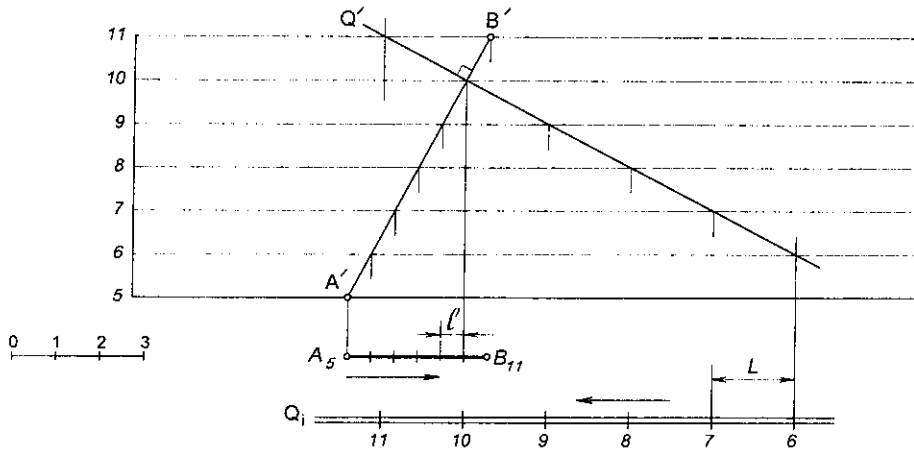
d) Đường thẳng và mặt phẳng vuông góc nhau

Giả sử có đường thẳng AB và mặt phẳng Q vuông góc nhau. Hình chiếu phụ thẳng góc của AB và mặt phẳng Q lên một mặt phẳng vuông góc đồng thời với Q và mặt phẳng chuẩn, chẳng hạn mặt phẳng R, lần lượt là $A'B'$ và Q' cũng vuông góc nhau (hình II-14). Nhận xét rằng, hình chiếu trên mặt phẳng chuẩn A_3B_1 của AB và đường tỷ lệ độ dốc Q_1 của mặt phẳng Q là hai đường thẳng song song, khoảng của chúng là hai đại lượng nghịch đảo và các số chỉ độ cao của chúng tăng ngược chiều.

Gọi khoảng của đường tỷ lệ độ dốc Q_i là L và khoảng của AB là l ta có:

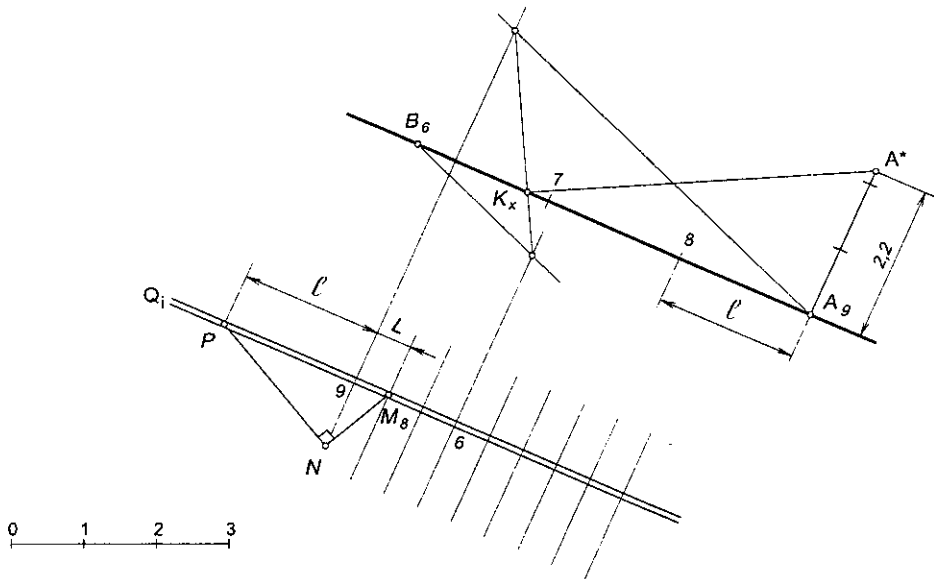
$$l = 1 : L$$

Vậy điều kiện để một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng là hình chiếu của đường thẳng và đường tỷ lệ độ dốc của mặt phẳng song song nhau, khoảng của chúng là các đại lượng nghịch đảo và có số chỉ độ cao tăng ngược chiều.



Hình II-14

Ví dụ: Xác định khoảng cách từ điểm A (A_0) đến mặt phẳng Q (Q_i) (hình II-15).



Hình II-15

-- Qua điểm A vẽ đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Q, hình chiếu của nó là đường thẳng vẽ qua A_9 và song song với Q_1 .

-- Xác định khoảng l của đường thẳng này căn cứ vào khoảng L của đường tỷ lệ độ dốc Q_1 : Tại một điểm tùy ý trên Q_1 , chẳng hạn điểm M_8 dựng tam giác vuông M_8NP , trong đó đỉnh góc vuông N thuộc đường bằng có độ cao 9 và đường cao của tam giác vuông này dài bằng 1 đơn vị đo. Hình chiếu của cạnh góc vuông NP trên cạnh huyền là khoảng l cần tìm. Đặt các khoảng l vừa xác định được lên hình chiếu của đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Q vẽ qua A, ta có hình chiếu của đường thẳng cần dựng, chẳng hạn là A_9B_6 .

-- Xác định giao điểm $K = AB \cap Q$ theo cách làm trên hình II-12.

-- Xác định độ cao x của điểm K theo cách làm trên hình II-6, chẳng hạn ở đây $x = 6,8$.

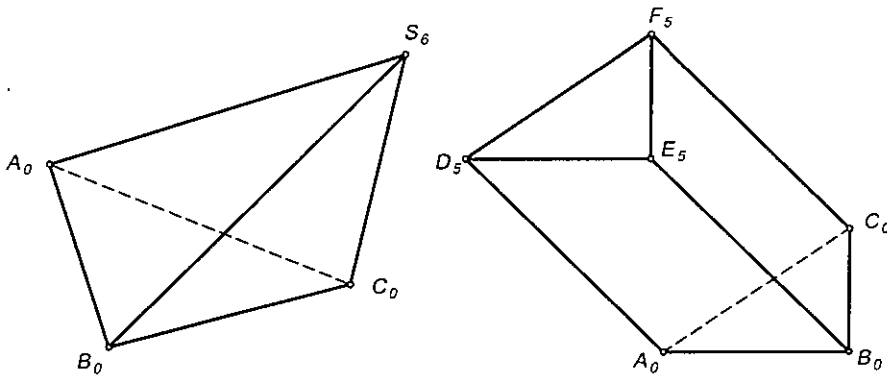
-- Xác định độ dài của đoạn thẳng AK theo cách làm trên hình II-2, ở đây là đoạn thẳng A^*K_x , đó chính là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng Q.

Chương 2

BIỂU DIỄN ĐA DIỆN VÀ CÁC MẶT

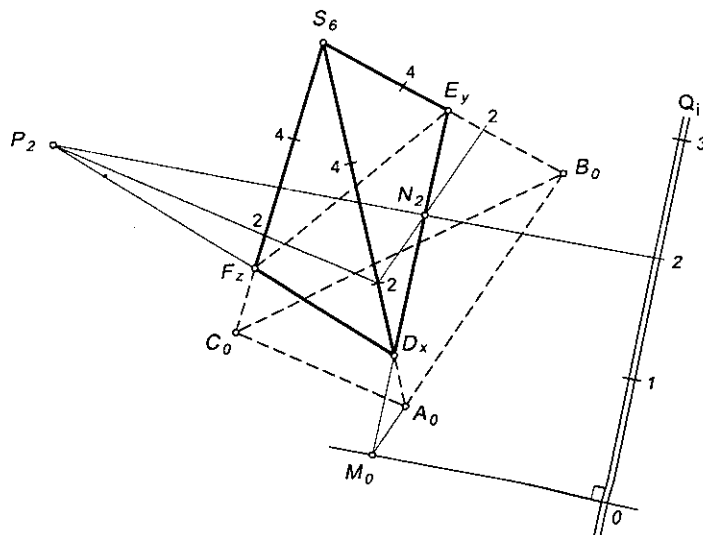
I- ĐA DIỆN

Việc biểu diễn đa diện (chóp, lăng trụ) hoàn toàn dựa trên việc biểu diễn các yếu tố hình học cơ bản (điểm, đường thẳng, mặt phẳng) trình bày ở chương 1. Trên hình II-16 là ví dụ về hình chiếu có số của hình chóp $SABC$ ($S_6A_0B_0C_0$) và lăng trụ $ABCDEF$ ($A_0B_0C_0D_5E_5F_5$).



Hình II-16

Ví dụ: Vẽ giao tuyến của mặt phẳng Q (Q_i) với mặt chóp $SABC$ (hình II-17).



Hình II-17

Để vẽ giao tuyến của mặt chóp với mặt phẳng ta có thể tìm giao điểm của các cạnh của chóp với mặt phẳng hoặc vẽ giao tuyến của mặt phẳng với các mặt bên của chóp.

Ở đây ta lần lượt vẽ giao tuyến của mặt phẳng Q với hai mặt bên SAB và SAC của chóp:

– Xác định các giao điểm M_0 và N_2 của các cặp đường bằng có độ cao 0 và độ cao 2 của mặt phẳng Q và mặt bên (SAB), suy ra giao tuyến của chúng là D_xE_y .

– Xác định giao điểm P_2 của cặp đường bằng có độ cao 2 của mặt phẳng Q và mặt bên (SAC), suy ra giao tuyến của chúng là D_xF_z .

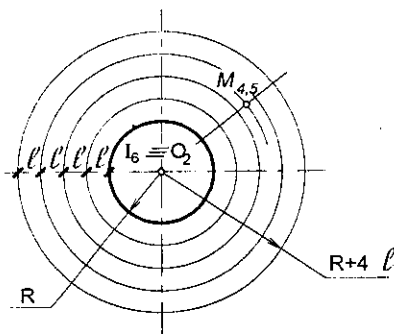
Giao tuyến cần tìm là tam giác $D_xE_yF_z$. Để dàng xác định được các chỉ số độ cao x, y, z của các điểm D, E và F theo cách làm ở hình II- 6 (mục III.4).

II- MẶT CONG

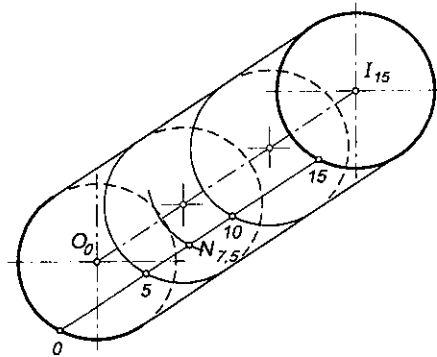
Mặt cong có thể được biểu diễn bằng hình chiếu của các yếu tố xác định nó. Trong hình chiếu có số, để tăng thêm tính trực quan của hình biểu diễn và thuận tiện cho việc giải các bài toán liên quan đến các mặt cong, người ta thường vẽ thêm các đường đồng mức của các mặt cong, đó là những đường đi qua các điểm có cùng độ cao của mặt cong hay nói khác đi, là giao tuyến của nó với các mặt phẳng nằm ngang (song song với mặt phẳng chuẩn).

1. Mặt nón và mặt trụ

Trên hình II-18 biểu diễn một mặt nón cụt tròn xoay, trục thẳng đứng, đáy nhỏ là đường tròn tâm O (O_2), bán kính R và đáy lớn là đường tròn tâm I (I_6) với $I_6 \equiv O_2$, bán kính là $R+4\ell$ trong đó ℓ là khoảng của các đường sinh của mặt nón cụt. Trên hình biểu diễn cũng vẽ các đường tròn đồng mức của mặt nón cụt có độ cao 3, 4, 5 và điểm M ($M_{4,5}$) thuộc mặt nón cụt.



Hình II-18



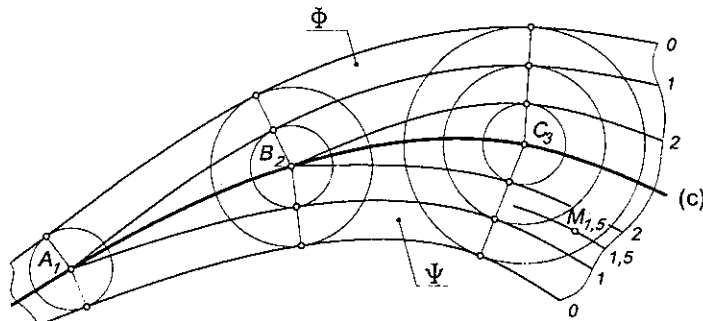
Hình II-19

Trên hình II-19 biểu diễn một mặt trụ xiên có trục là đường thẳng OI ($O_0 I_{15}$), đáy dưới là đường tròn tâm O thuộc mặt phẳng chuẩn. Trên hình vẽ cũng thể hiện các đường tròn đồng mức độ cao 5, 10, 15; hai đường sinh bao ngoài của mặt trụ và điểm N ($N_{7,5}$) thuộc mặt trụ.

2. Mặt dốc đều

Mặt dốc đều là mặt cong tiếp xúc với các mặt nón tròn xoay, trục thẳng đứng có góc đáy bằng nhau và có các đỉnh nằm trên một đường cong nào đó.

Giả sử có đường cong (c) bất kỳ (hình II-20). Trên (c) lấy các điểm A, B, C... có độ cao lần lượt là 1, 2, 3... đơn vị đo. Dựng các mặt nón tròn xoay thẳng đứng có đỉnh là A, B, C..., có góc đáy bằng nhau và vẽ các đường tròn đồng mức của các mặt nón đó. Hai mặt cong φ và ψ tiếp xúc với các mặt nón nói trên là các *mặt dốc đều*. Đường đồng mức của hai mặt dốc đều này là đường cong tiếp xúc với các đường tròn đồng mức có cùng một độ cao của các mặt nón nói trên. Các đường sinh tiếp xúc của các mặt dốc đều φ và ψ với các mặt nón nói trên là các đường dốc nhất của mặt dốc đều vẽ qua các điểm A, B, C... Độ cao của một điểm bất kỳ của mặt dốc đều được xác định một cách gần đúng dựa vào độ cao của các đường đồng mức lân cận điểm đó. Chẳng hạn điểm M thuộc mặt dốc đều ψ có độ cao 1,5 vì M thuộc đường đồng mức 1,5 của ψ .

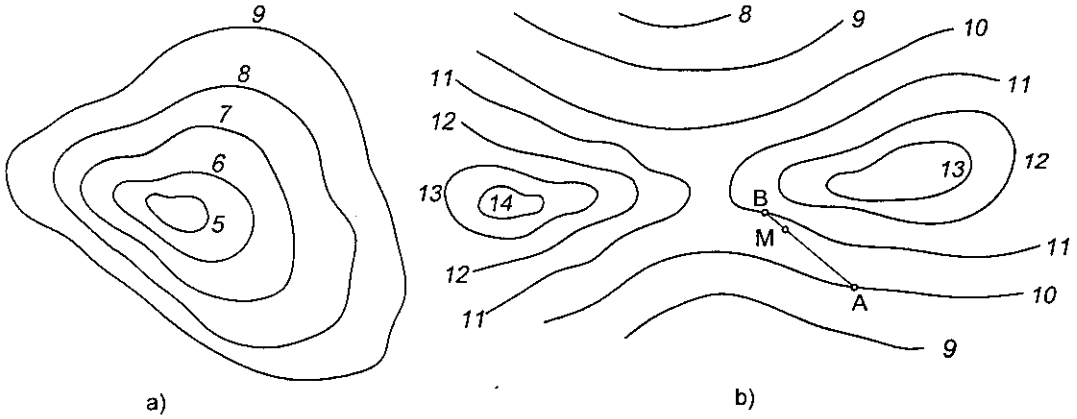


Hình II-20

3. Mặt địa hình

Mặt địa hình là mặt đất tự nhiên, được tạo thành không theo một quy luật hình học nhất định nào. Mặt địa hình thường được biểu diễn bằng các đường đồng mức của nó. Căn cứ vào sự phân bố và chỉ số độ cao của các đường đồng mức ta có thể hình dung được cấu tạo của phần mặt địa hình được biểu diễn. Trên hình II-21a biểu diễn một hố đất và trên hình II-21b biểu diễn một vùng đất hình yên ngựa với hai gò đất cao ở hai bên. Trong các ví dụ này, chỗ các đường đồng mức càng sát nhau thì mặt địa hình càng dốc.

Độ cao của một điểm trên mặt địa hình có thể xác định một cách gần đúng căn cứ vào chỉ số độ cao của các đường đồng mức kế cận điểm đó. Chẳng hạn độ cao của điểm M trên hình II-21b, khoảng 10,75m được xác định dựa vào đoạn thẳng AB vẽ qua hai điểm A và B lần lượt thuộc hai đường đồng mức 10 và 11 của mặt địa hình.



Hình II-21

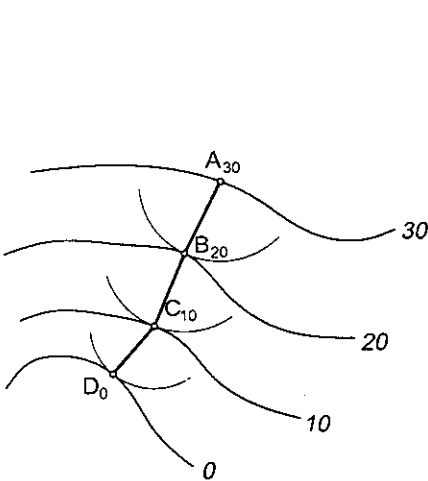
Dưới đây là một số ví dụ liên quan đến việc biểu diễn mặt địa hình.

Ví dụ 1: Vẽ đường dốc nhất của mặt địa hình qua một điểm cho trước của nó.

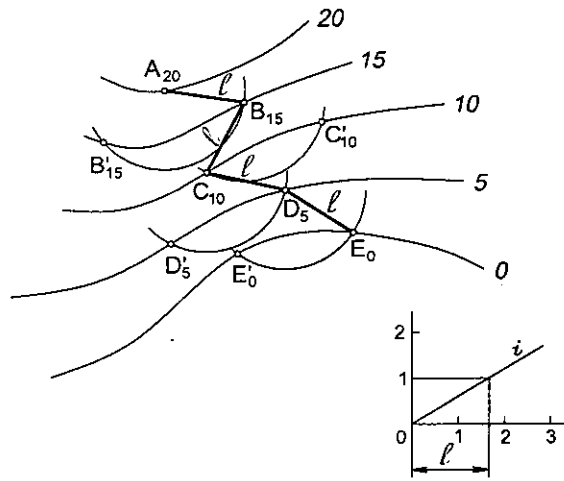
Đường dốc nhất của mặt địa hình vẽ qua một điểm của nó là một đường (nói chung là đường cong) nằm trên mặt địa hình đó và tiếp tuyến tại mỗi điểm của đường này luôn có độ dốc lớn nhất so với độ dốc của tiếp tuyến của bất kỳ đường cong nào khác của mặt địa hình cũng đi qua chính các điểm đó. Ta có thể tưởng tượng, nếu tại điểm đã cho có một nguồn nước thì dòng nước sẽ từ điểm đó chảy xuống chỗ thấp hơn theo đường dốc nhất này.

Tất nhiên đường dốc nhất của mặt địa hình chỉ xác định được một cách gần đúng bằng cách vẽ từng đoạn của nó.

Chẳng hạn, trên mặt địa hình cho trên hình II-22 cần vẽ đường dốc nhất đi qua điểm A_{30} .



Hình II-22



Hình II-23

Cách làm như sau: Lấy điểm A_{30} làm tâm, với khẩu độ compa ước lượng bằng mắt, vẽ cung tròn tiếp xúc với đường đồng mức 20 tại điểm B_{20} . Tương tự, lấy điểm B_{20} làm tâm vẽ cung tròn tiếp xúc với đường đồng mức 10 tại điểm C_{10} , lấy điểm C_{10} làm tâm vẽ cung tròn tiếp xúc với đường đồng mức 0 tại điểm D_0 . Đường gãy khúc nối các điểm $A_{30}, B_{20}, C_{10}, D_0$ là đường dốc nhất cần vẽ. Thật vậy, đoạn $A_{30}B_{20}$ là đoạn ngắn nhất nối điểm A_{30} với một điểm của đường đồng mức 20, do đó độ dốc của nó là lớn nhất. Lập luận tương tự với các đoạn còn lại của đường dốc nhất.

Ví dụ 2: Vẽ trên mặt địa hình một đường có độ dốc cho trước.

Giả sử trên mặt địa hình đã cho trên hình II-23, xuất phát từ điểm A (A_{20}) cần vẽ một đường có độ dốc i cho trước.

Từ độ dốc i , xác định được khoảng l của đường cần vẽ: $l = 1 : i$. Lấy điểm A_{20} làm tâm, vẽ cung tròn bán kính l ta nhận được các điểm B_{15} (và B'_{15}) trên đường đồng mức 15. Lại lấy B_{15} (hoặc B'_{15}) làm tâm, vẽ cung tròn bán kính l ta nhận được các điểm C_{10} và C'_{10} ... trên đường đồng mức 10. Tiếp tục làm như vậy ta sẽ nhận được trên mặt địa hình những đường gãy khúc, chẳng hạn như đường $A_{20}B_{15}C_{10}D_5$ có độ dốc i đã cho. Theo cách làm như trên dễ dàng thấy rằng, qua điểm A (A_{20}) ta có thể nhận được nhiều phương án khác nhau của đường gãy khúc có độ dốc i cho trước trên mặt địa hình.

Bài toán này thường được dùng khi cần vạch tuyến đường trên bình đồ của một vùng đất.

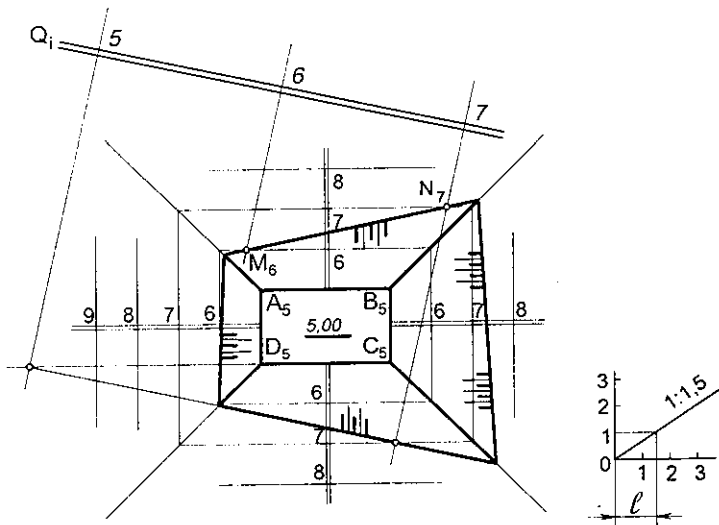
Chương 3

MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CÁC MẶT KHI BIỂU DIỄN CÁC CÔNG TRÌNH ĐẤT

Dưới đây trình bày một số bài toán thường gặp trong quá trình thiết kế hoặc thi công các công trình đất liên quan đến các mặt.

I- BÀI TOÁN VẼ GIAO TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG VÀ ĐA DIỆN

Ví dụ: Một hố đất có đáy là hình chữ nhật nằm ngang ở độ cao 5, mái dốc của các thành hố có độ dốc $i = 1:1,5$. Vẽ giao tuyến của các mái dốc thành hố với nhau và với mặt đất xem như là mặt phẳng xác định bởi đường tỷ lệ độ dốc Q_i (hình II-24).



Hình II-24

Trên thước tỷ lệ, từ độ dốc i của các mái dốc thành hố, suy ra khoảng của chúng là $l = 1 : i = 1,5$. Vẽ đường tỷ lệ độ dốc của các mái dốc thành hố kèm các đường bằng có độ cao 6, 7, 8... của chúng. Giao tuyến của hai mái dốc kề nhau lần lượt là các đường thẳng nối các đỉnh A_5, B_5, C_5, D_5 của đáy hố với giao điểm của hai đường bằng có cùng độ cao của chúng. Vì các mái dốc có độ dốc bằng nhau nên các giao tuyến đó là phân giác ngoài của các góc vuông của hình chữ nhật đáy hố.

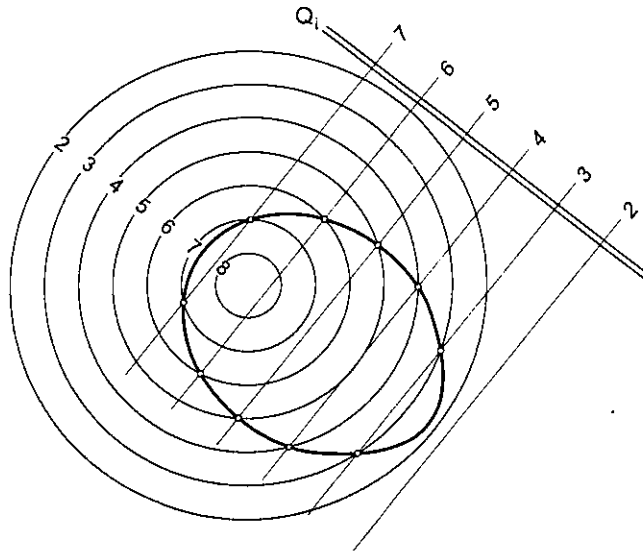
Để vẽ giao tuyến của các mái dốc với mặt phẳng Q , ta tìm giao điểm của các cặp đường bằng có cùng độ cao của Q và của các mái dốc đó, chẳng hạn giao tuyến của

mái dốc cạnh AB với Q được xác định nhờ các giao điểm M và N của các đường bằng có độ cao 6 và 7 của mái dốc đó và của mặt phẳng Q. Làm tương tự với các mái dốc còn lại.

II- BÀI TOÁN VẼ GIAO TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG VÀ MẶT CONG

Ví dụ: Vẽ giao tuyến của mặt phẳng Q (Q_i) và mặt nón tròn xoay thẳng đứng cho bằng các đường tròn đồng mức (hình II-25).

Xác định giao điểm của các đường tròn đồng mức của mặt nón và các đường bằng có cùng độ cao của mặt phẳng, sau đó nối các giao điểm có độ cao kế cận nhau bằng một đường cong trơn. Giao tuyến trong trường hợp này là một elip.



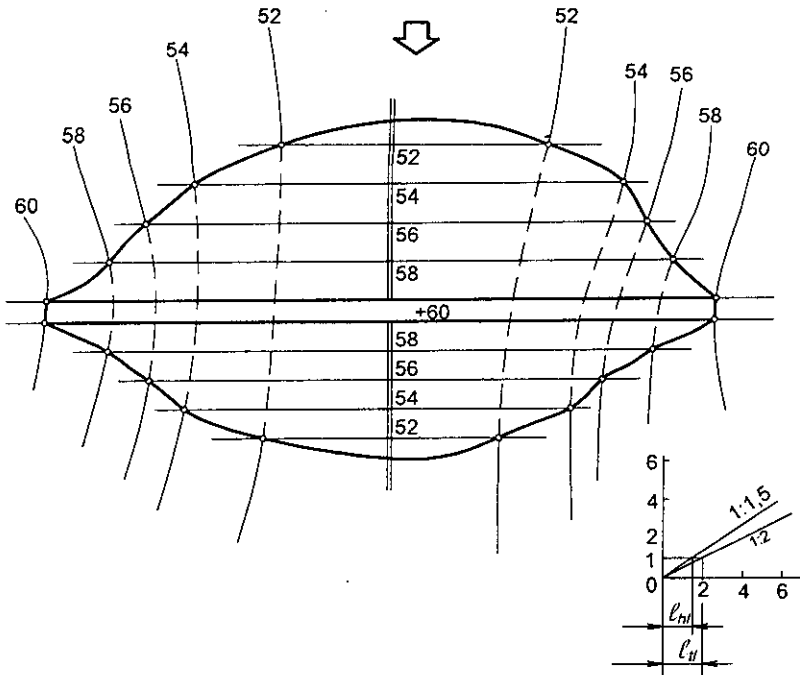
Hình II-25

III- BÀI TOÁN VẼ GIAO TUYẾN CỦA MẶT PHẪNG VÀ MẶT ĐỊA HÌNH

Ví dụ 1: Vẽ giao tuyến của các mái dốc của một đập ngăn nước với mặt địa hình, cho biết cao trình đỉnh đập là +60, độ dốc mái đập thượng lưu là $i_u = 1:2$, độ dốc mái đập hạ lưu là $i_h = 1:1,5$ (hình II-26).

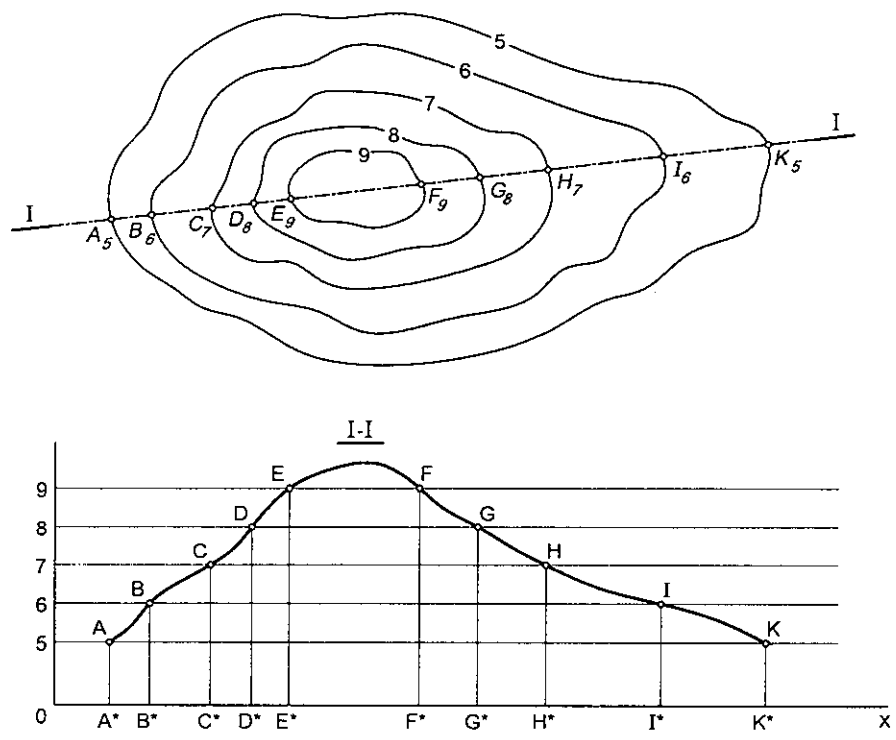
Lần lượt tính khoảng của mái dốc thượng lưu là $l_u = 1: i_u = 2$ và của mái dốc hạ lưu là $l_h = 1: i_h = 1,5$ trên thước tỷ lệ.

Vẽ đường tỷ lệ độ dốc của hai mái dốc này kèm theo các đường bằng có độ cao thấp dần 58, 56, 54, 52... Xác định giao điểm của các đường bằng của hai mái dốc và các đường đồng mức có cùng độ cao của mặt địa hình, sau đó nối các giao điểm kế nhau bằng đường cong trơn ta sẽ nhận được giao tuyến của hai mái dốc với mặt địa hình.



Hình II -26

Ví dụ 2: Vẽ mặt cắt I-I của mặt địa hình cho bằng các đường đồng mức (hình II-27).



Hình II -27

Mặt cắt của mặt địa hình là giao tuyến của mặt phẳng thẳng đứng với mặt địa hình tại chỗ đánh dấu vị trí của mặt phẳng cắt (ở đây là I-I), nó có thể vẽ ngay tại vị trí cắt hoặc vẽ ra ngoài tại một chỗ thuận tiện cho việc đọc bản vẽ. Cách làm như sau:

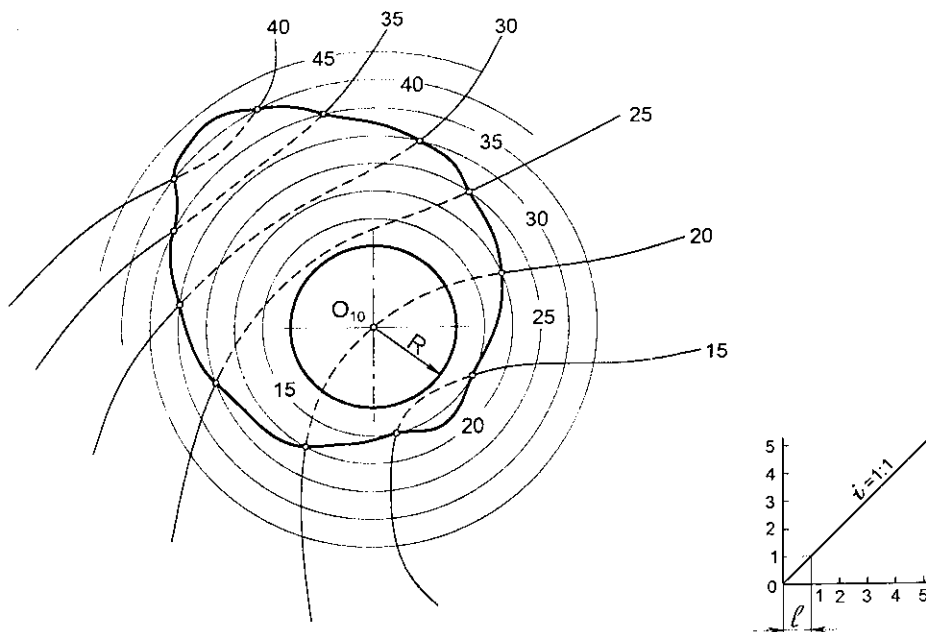
Trên một đường thẳng nằm ngang Ox , đánh dấu các điểm $A^*, B^*, C^*, D^*, E^*, F^*, G^*, H^*, I^*, K^*$ – đó là vị trí của các giao điểm $A_5, B_6, C_7, D_8, E_9, F_9, G_8, H_7, I_6, K_5$ của vết mặt phẳng cắt I-I với các đường đồng mức của mặt địa hình.

Vẽ các đường thẳng song song với Ox , cách nhau 1 đơn vị đo theo thước tỷ lệ và có độ cao từ dưới lên lần lượt là 5, 6, 7, 8, 9, 10...

Qua các điểm $A^*, B^*, C^*, \dots, H^*, I^*, K^*$ vẽ các đường thẳng vuông góc với Ox , sau đó lần lượt đánh dấu trên đó các điểm A, B, C, ... H, I, K có độ cao tương ứng là 5, 6, 7, 8, 9, 9, 8, 7, 6, 5. Nối các điểm này bằng một đường cong trơn, ta nhận được mặt cắt I-I của mặt địa hình.

IV- BÀI TOÁN VẼ GIAO TUYẾN CỦA MẶT CONG VÀ MẶT ĐỊA HÌNH

Ví dụ 1: Trên mặt địa hình đã cho người ta dự kiến đào một hố hình nón cụt, đáy hố là đường tròn tâm O , bán kính R ở độ sâu 10, thành hố (tức các đường sinh của nón cụt) có độ dốc $i = 1:1$. Hãy vẽ giới hạn của công trình đất (hình II-28).

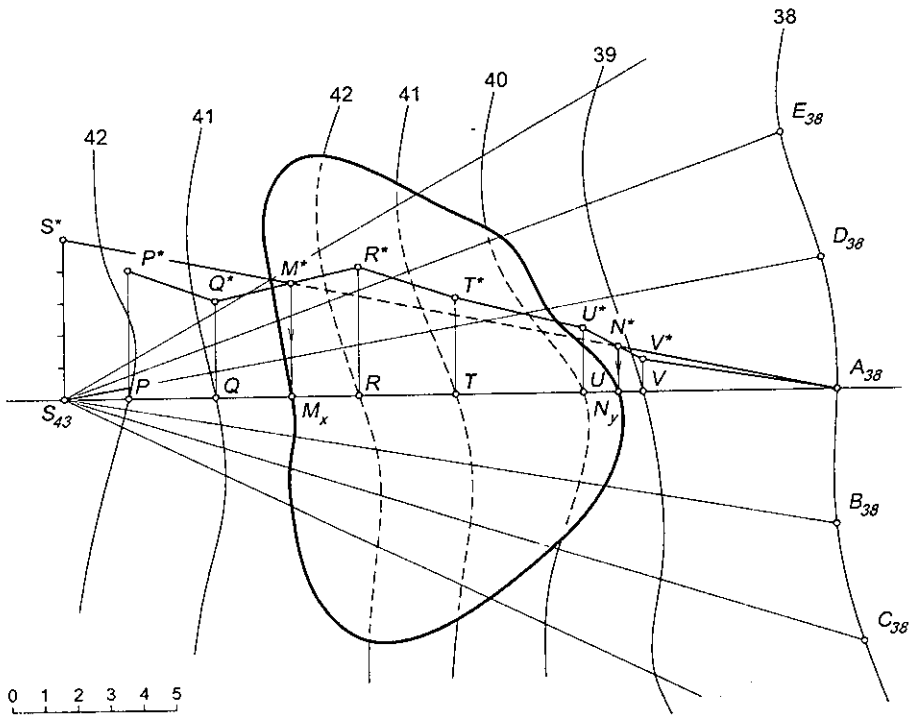


Hình II-28

Từ độ dốc i suy ra khoảng của thành hố là $\ell = 1$. Vẽ các đường tròn đồng mức của mặt nón cụt thành hố, đó là các đường tròn tâm O_{10} có bán kính lần lượt là $R + \ell, R + 2\ell, R + 3\ell, \dots$, độ cao của chúng lần lượt là 15, 20, 25, ... Tìm giao điểm của các đường tròn đồng mức của

mặt nón cắt và các đường đồng mức cùng độ cao của mặt địa hình rồi nối chúng bằng một đường cong trơn ta sẽ có đường giới hạn của công trình đất đào.

Ví dụ 2: Xác định giới hạn phân đất của mặt địa hình cần san bớt đi để từ điểm S (S_{43}) ta có thể quan sát được mép sông có độ cao 38 (hình II-29).



Hình II-29

Nhận xét rằng, các tia nhìn xuất phát từ mắt người quan sát đến mép sông độ cao 38 tạo thành một mặt nón đỉnh là S, đường chuẩn là đường đồng mức 38. Giới hạn khu đất cần san bớt đi chính là giao tuyến của mặt nón này với mặt địa hình.

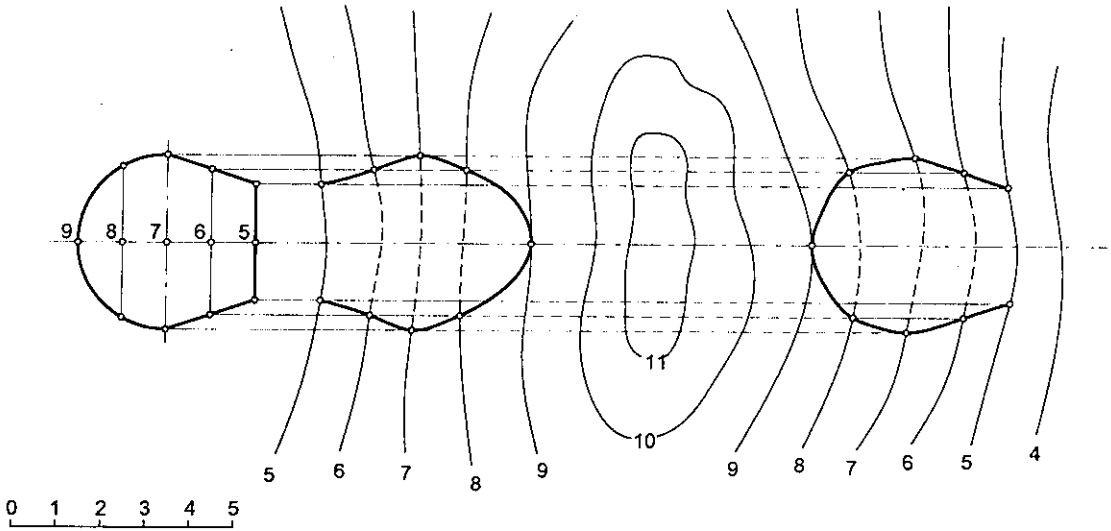
Để vẽ giao tuyến, ta dùng các mặt phẳng phụ trợ đi qua S và vuông góc với mặt phẳng chuẩn, giao tuyến phụ của các mặt phẳng phụ trợ với mặt nón là các đường sinh của nón, với mặt địa hình là các mặt cắt thẳng đứng của mặt địa hình mà cách vẽ đã trình bày trong ví dụ ở hình II-27.

Chẳng hạn dùng mặt phẳng phụ trợ chứa tia nhìn SA ta vẽ được mặt cắt của mặt địa hình là $P^*Q^*R^*T^*U^*V^*$ và S^*A_{38} là hình chiếu thẳng góc của tia nhìn $S_{43}A_{38}$ lên chính mặt phẳng cắt phụ trợ. Lưu ý rằng, ở đây mặt cắt của mặt địa hình và hình chiếu phụ của các tia nhìn được vẽ ngay tại vị trí cắt và độ cao của các điểm S^* , P^* , Q^* , ..., T^* , U^* , V^* trên mặt cắt là độ cao tương đối, bằng hiệu số độ cao thực của các điểm đó và độ cao 38 của mép sông. Từ hai giao điểm M^* và N^* của S^*A_{38} với mặt cắt của mặt địa hình ta dóng ngược về tia $S_{43}A_{38}$ sẽ nhận được hai giao điểm M_x và N_y của tia SA với mặt địa hình. Các độ cao x và y có thể xác định một cách gần đúng, khoảng 41,6 và 39,4.

Làm tương tự như trên ta sẽ xác định được giao điểm của các tia nhìn còn lại với mặt địa hình, sau đó nối chúng bằng một đường cong trơn ta sẽ nhận được giới hạn khu đất cần san bớt.

Ví dụ 3: Cần đào một đường hầm xuyên qua núi cho bằng các đường đồng mức. Trục của đường hầm nằm ngang, hình dáng mặt cắt thẳng góc, độ cao nóc hầm và đáy hầm đã cho trên hình II-30. Vẽ cửa vào và cửa ra của hầm trên mặt địa hình.

Mặt cắt thẳng góc của hầm cho thấy bề mặt bên trong hầm gồm phần nóc hầm có dạng mặt trụ, phần còn lại có dạng lăng trụ. Vẽ giao tuyến của các mặt này với mặt địa hình bằng cách dùng các mặt phẳng phụ trợ nằm ngang có độ cao lần lượt là 5, 6, 7, 8, 9. Giao tuyến của các mặt phẳng phụ trợ này với bề mặt bên trong hầm là các đường đồng mức có độ cao 5, 6, 7, 8, 9. Xác định giao điểm của chúng với các đường đồng mức cùng độ cao của mặt địa hình rồi nối chúng lại bằng đường cong trơn ta sẽ nhận được cửa vào và cửa ra của hầm.



Hình II-30

V- BÀI TOÁN XÁC ĐỊNH GIỚI HẠN ĐÀO VÀ ĐẮP CỦA CÔNG TRÌNH ĐẤT

Các ví dụ trình bày trên đây cho phép chúng ta giải quyết nhiều vấn đề thường gặp khi biểu diễn các công trình xây dựng có liên quan đến mặt đất tự nhiên. Sau đây là một ví dụ vận dụng tổng hợp các bài toán đó.

Xác định giới hạn đào đắp của một công trình đất gồm một đoạn đường dốc có độ dốc $i_{\text{đường}} = 1:3$ dẫn lên một bãi đất phẳng nằm ngang ở độ cao +10,00m gồm một phần hình chữ nhật ADEH và một phần là nửa hình tròn tâm O, bán kính R. Biết độ dốc của các mái đất đào là $i_{\text{đào}} = 1:1$; của các mái đất đắp là $i_{\text{đắp}} = 2:3$. Mặt địa hình cho bằng các đường đồng mức có độ cao từ 6m đến 16m (hình II-31).

Vẽ mặt cắt I-I của công trình đất.

Trên hình II-31a ta nhận xét rằng, đường đồng mức +10 của mặt địa hình cắt ngang qua bãi đất nằm ngang cũng có độ cao +10 nên phần cần đắp của công trình là khu vực mặt địa hình có độ cao từ +10 trở xuống, phần cần đào là khu vực có độ cao từ +10 trở lên.

Trình tự tiến hành như sau:

- Tại giao điểm của đường đồng mức +10 của mặt địa hình với hai cạnh AH và DE của bãi đất nằm ngang, vẽ đường tỷ lệ độ dốc của mái dốc đất đắp và mái dốc đất đào, ở đây chúng trùng nhau (nhưng khoảng là khác nhau).

- Xác định khoảng của các mái dốc đất đắp: $l_{\text{đắp}} = 1; i_{\text{đắp}} = 1:(2:3) = 1,5$. Theo thước tỷ lệ đã cho, đặt $l_{\text{đắp}}$ lên đường tỷ lệ độ dốc vừa vẽ ở trên rồi vẽ các đường bằng có độ cao 9, 8, 7, 6... của các mái dốc đất đắp, đó là các đường thẳng song song với mép của bãi đất.

Riêng mái dốc đất đắp ở hai bên đoạn đường dốc dẫn lên bãi đất nằm ngang là các mặt dốc đều, ở đây cũng là các mặt phẳng. Cách vẽ các đường bằng của hai mái dốc này như sau:

+ Xác định khoảng của mặt đoạn đường dốc: $l_{\text{đường}} = 1; i_{\text{đường}} = 1:(1:3) = 3$.

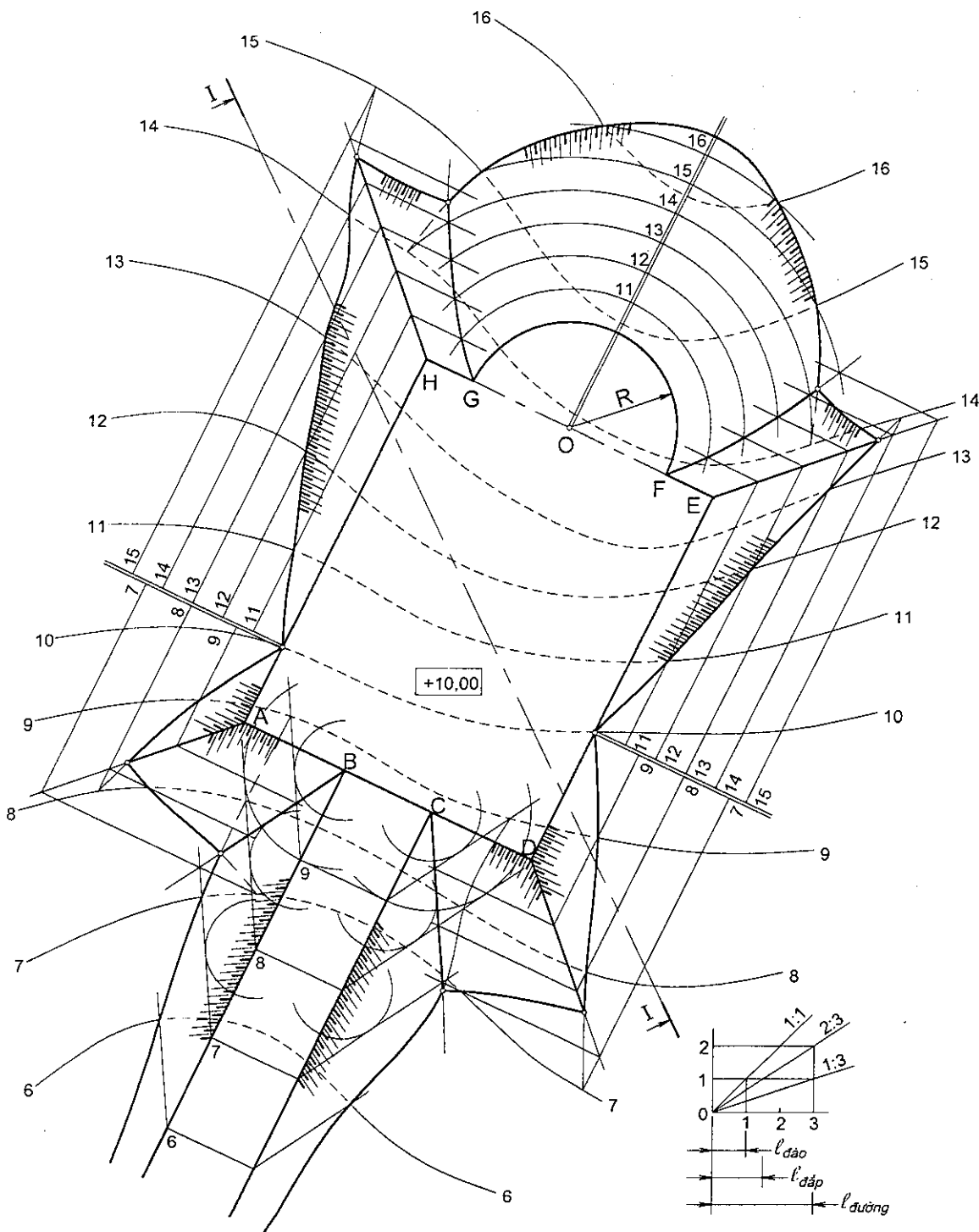
+ Vẽ các đường bằng độ cao 9, 8, 7, 6 của mặt đường dốc song song với cạnh AD của bãi đất.

+ Vẽ các đường đồng mức có độ cao 9, 8, 7, 6... của hai mái dốc đất đắp ở hai bên đoạn đường dốc. Cách làm như sau: Lấy B và C làm tâm, vẽ các cung tròn bán kính lần lượt là $l_{\text{đắp}}, 2l_{\text{đắp}}, 3l_{\text{đắp}}, \dots$, đó là các đường đồng mức có độ cao 9, 8, 7... của các mặt nón tròn xoay thẳng đứng, đỉnh là B và C, đường sinh của chúng có độ dốc là $i_{\text{đắp}} = 2:3$. Qua các điểm nằm trên hai mép đường có độ cao 9, 8, 7... vẽ tiếp tuyến của các cung tròn có độ cao tương ứng của các mặt nón vừa dựng ở trên.

- Xác định khoảng của mái dốc đất đào: $l_{\text{đào}} = 1; i_{\text{đào}} = 1:(1:1) = 1$. Theo thước tỷ lệ, đặt $l_{\text{đào}}$ lên đường tỷ lệ độ dốc và vẽ các đường bằng có độ cao 11, 12, 13, ..., 15 của mái dốc đất đào. Riêng phần bãi đất có dạng nửa hình tròn, tâm O, bán kính R là một phần của nón cụt tròn xoay mà các đường đồng mức có độ cao 11, 12, 13, 14... của nó là các cung tròn tâm O, bán kính lần lượt là $R + l_{\text{đào}}, R + 2l_{\text{đào}}, R + 3l_{\text{đào}}, \dots$

- Vẽ giao tuyến của các mái dốc đất đào hoặc đắp kề nhau, đó là phân giác ngoài của các góc vuông có đỉnh tại A, D, E, H.

Giao tuyến của mái dốc đất đắp cạnh AD với các mái dốc đất đắp hai bên đoạn đường dốc là các nửa đường thẳng nối các điểm B và C với giao điểm của các đường bằng có cùng độ cao, chẳng hạn độ cao 7 của các mái dốc này.



Hình II -31a

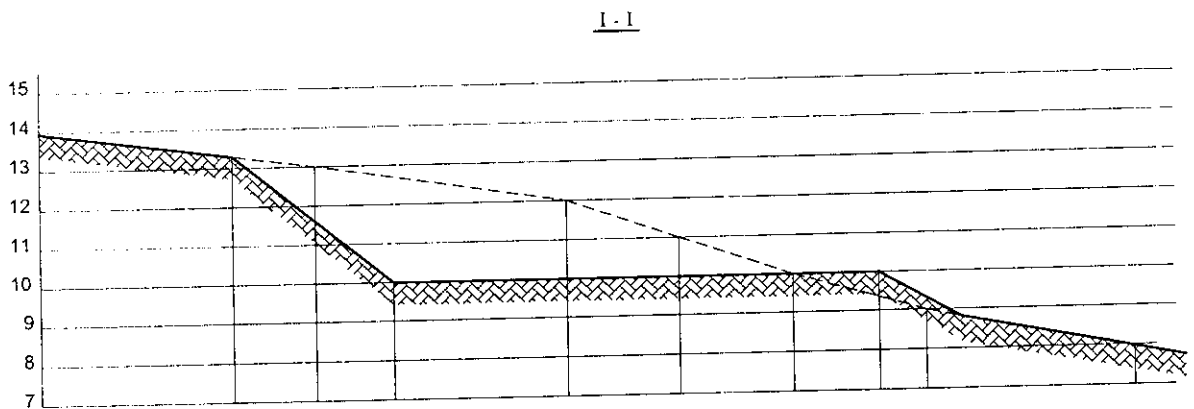
Giao tuyến của mái dốc đất đào cạnh EH và mái dốc đất đào dạng mặt nón cụt là hai cung của một elip mà các điểm của nó là giao điểm của các đường bằng của mặt phẳng và các đường đồng mức có cùng độ cao của mặt nón cụt.

– Vẽ giao tuyến của các mái dốc đất đắp và đào với mặt địa hình theo cách làm trong ví dụ ở hình II-26 với chú ý là, giao tuyến của hai mái dốc kề nhau với mặt địa hình phải cắt nhau tại một điểm thuộc giao tuyến của hai mái dốc đó.

– Sau cùng vẽ mặt cắt I-I của công trình đất (hình II-31b), gồm hai bước:

+ Vẽ mặt cắt I-I của mặt địa hình theo cách làm trong ví dụ ở hình II-27.

+ Vẽ mặt cắt I-I của phần đào và đắp của công trình đất, gồm giao tuyến của mặt phẳng cắt thẳng đứng I-I với mái dốc đất đào cạnh AH, với mặt bãi đất nằm ngang độ cao +10 và với mái dốc đất đắp cạnh DE.



Hình II-31b

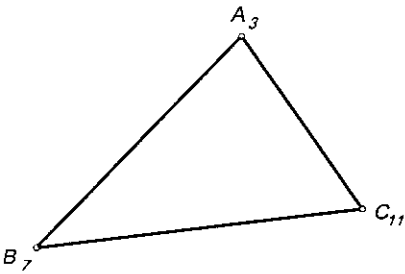
Chú ý: Trên các bản vẽ công trình đất, quy ước rằng:

– Các mái dốc cần được vẽ ký hiệu bằng các nét gạch mảnh và đậm xen kẽ nhau xuất phát từ đỉnh dốc và hướng vuông góc với các đường bằng của các mái dốc đó.

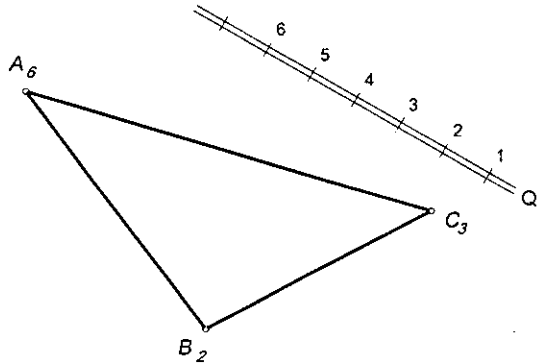
– Các đường đồng mức của mặt địa hình, các đường bằng của các mái dốc vẽ bằng nét liền mảnh. Riêng phần đường đồng mức nằm trong giới hạn đào và đắp của công trình vẽ bằng nét đứt.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

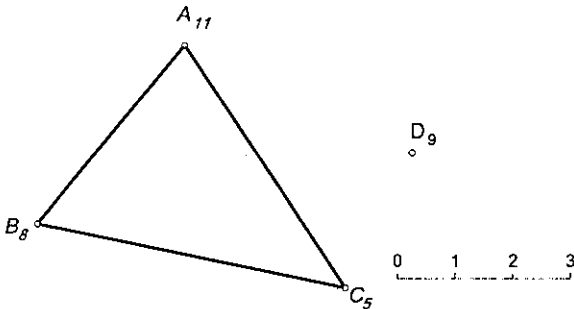
1. Xác định độ cao của trọng tâm G của tam giác ABC ($A_3B_7C_{11}$) (hình II-32).
2. Vẽ giao tuyến của hình phẳng ABC ($A_6B_2C_3$) và mặt phẳng Q (Q_i) (hình II-33).
3. Xác định khoảng cách từ điểm D (D_9) tới mặt phẳng ABC ($A_{11}B_8C_5$) (hình II-34).
4. Qua điểm A (A_3) dựng mặt phẳng Q nghiêng với mặt phẳng chuẩn một góc 45° và có góc phương vị bằng 30° . Biểu diễn Q bằng đường tỷ lệ độ dốc của nó (hình II-35).



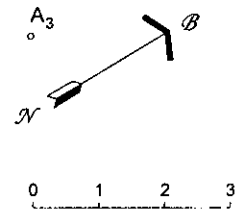
Hình II-32



Hình II-33



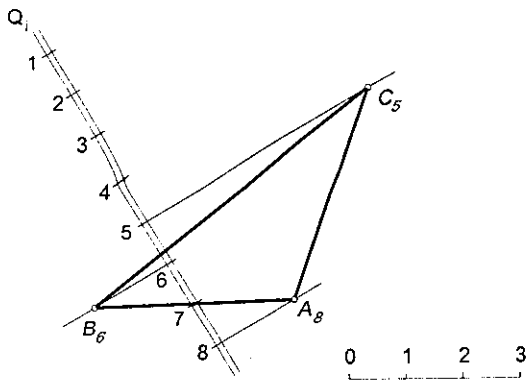
Hình II-34



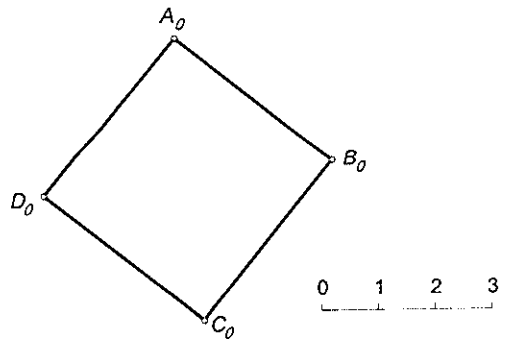
Hình II-35

5. Tam giác ABC thuộc mặt phẳng Q (Q_i). Dựng hình chóp đỉnh S , đáy là ABC , đường cao SA có chiều dài bằng 8 đơn vị đo (hình II-36).

6. Dựng hình chóp đỉnh S , đáy là hình vuông $ABCD$ thuộc mặt phẳng chuẩn, đường cao SA có chiều dài bằng 5 đơn vị. Vẽ giao tuyến của mặt chóp với mặt phẳng Q chứa cạnh AD và vuông góc với cạnh SB . Xác định độ lớn của mặt cắt (hình II-37).

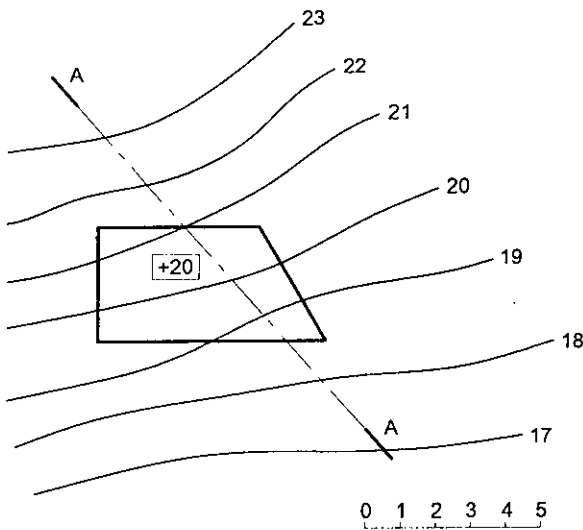


Hình II-36

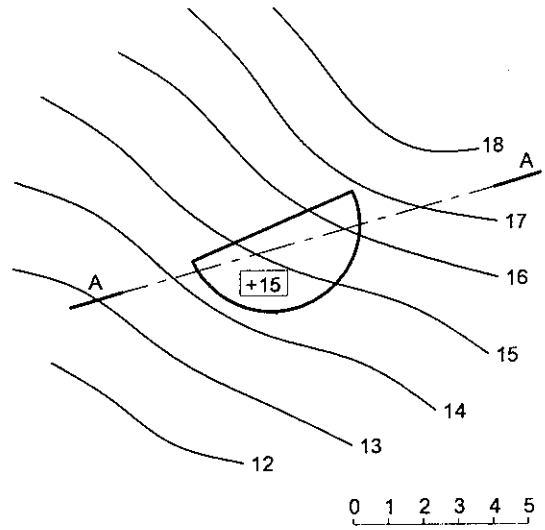


Hình II-37

7. Vẽ giới hạn đào, đắp và mặt cắt A-A của công trình đất cho trên các hình II-38 và II-39. Cho biết độ dốc của các mái đất đào là $i_{\text{đào}} = 1:1$; của các mái đất đắp là $i_{\text{đắp}} = 2:3$. Mặt địa hình cho bằng các đường đồng mức.

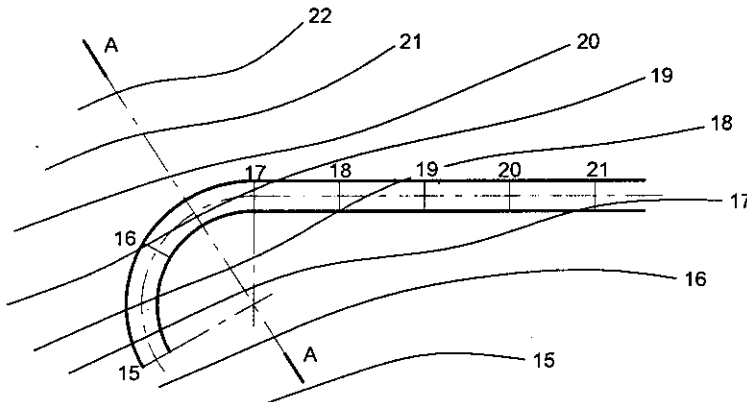


Hình II-38



Hình II-39

8. Vẽ giới hạn đào và mặt cắt A-A của một đoạn đường cho trên hình II-40. Độ dốc của các mái dốc đất đào hai bên đường là $i = 1:1,5$. Mặt địa hình cho bằng các đường đồng mức.



Hình II - 40

Phần ba

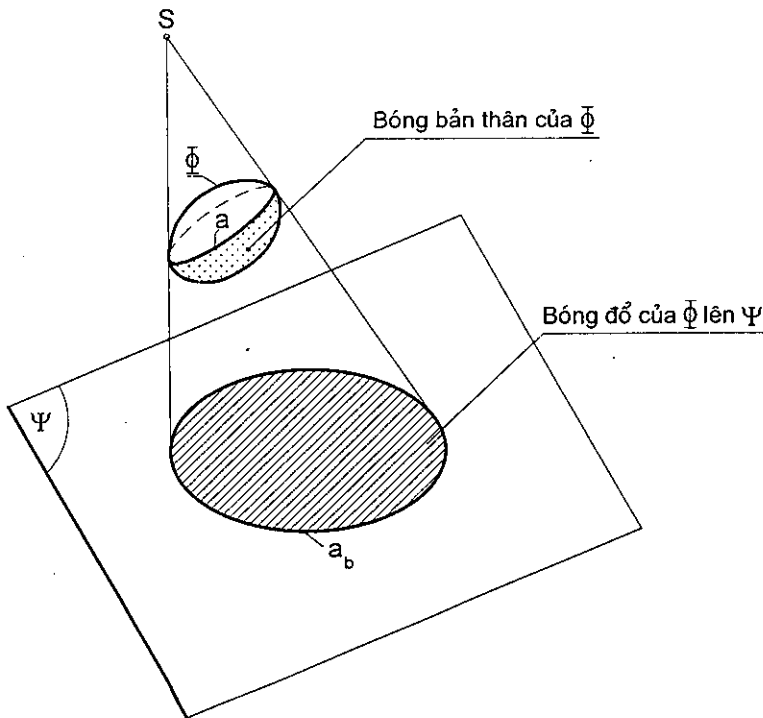
BÓNG TRÊN CÁC HÌNH CHIẾU

Chương I

KHÁI NIỆM CHUNG

I- CÁC ĐỊNH NGHĨA

Khi đặt vật thể Φ trước một nguồn sáng S (mặt trời, ngọn đèn...) thì trên mặt vật thể Φ có miền sáng, miền tối (hình III-1). Miền tối gọi là *bóng bản thân* của Φ . Đường ranh giới a giữa miền sáng và miền bóng bản thân, gọi là *đường bao quanh bóng bản thân*.



Hình III-1

Nếu có hai mặt vật thể Φ và Ψ cùng đặt trước nguồn sáng S , trong đó Φ gần nguồn sáng hơn nên chắn sáng và gây nên một miền tối trên mặt Ψ . Miền tối này gọi là *bóng đổ* của mặt Φ lên mặt Ψ . Đường ranh giới giữa miền sáng và miền bóng đổ trên Ψ gọi là *đường bao quanh bóng đổ* của mặt Φ lên mặt Ψ (hình III-1).

Trong thực tế các mặt vật thể được chiếu sáng thường có phần sáng, phần bóng bản thân và phần bóng đổ từ các vật thể khác. Vì vậy trong các bản vẽ, người ta thường vẽ bóng để các hình biểu diễn càng giống với thực tế.

Khi vẽ bóng, người ta thường xem nguồn sáng là một điểm và ánh sáng được phát ra từ nguồn sáng theo những đường thẳng gọi là những *tia sáng*.

Những tia sáng phát xuất từ một nguồn sáng và tiếp xúc với một mặt Φ nào đó, sẽ lập thành một mặt nón gọi là *mặt nón tia sáng*. Dĩ nhiên đường tiếp xúc a của mặt nón tia sáng ấy với mặt Φ chính là đường bao quanh bóng bản thân trên mặt Φ .

Nếu có nguồn sáng S và các mặt Φ và Ψ như trên hình III-1 thì đường bao quanh bóng đổ a_p của Φ lên Ψ chính là giao tuyến của mặt Ψ với mặt nón tia sáng tiếp xúc với mặt Φ . Nói khác đi, a_p chính là hình chiếu của đường a từ tâm S lên mặt Ψ , gọi a là đường bao quanh bóng bản thân của Φ .

Thực chất của việc vẽ bóng là xác định các đường bao quanh bóng bản thân và các đường bao quanh bóng đổ của các hình lên nhau.

Tuỳ từng trường hợp cụ thể mà có thể vẽ đường bao quanh bóng bản thân trước rồi từ đó vẽ đường bao quanh bóng đổ sau hoặc theo thứ tự ngược lại.

Sau đây trình bày các phương pháp thường dùng để vẽ bóng.

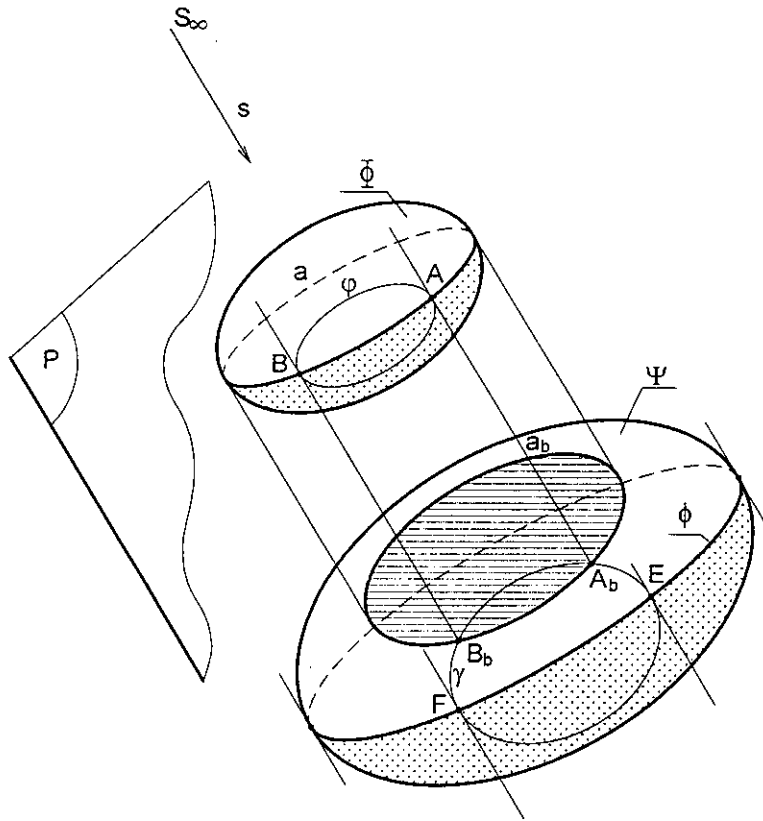
II- CÁC PHƯƠNG PHÁP VẼ BÓNG THƯỜNG DÙNG

1. Phương pháp mặt phẳng tia sáng cắt

Giả sử có nguồn sáng S ở xa vô tận, hướng tia sáng là s và các mặt Φ , Ψ như trên hình III-2. Để vẽ bóng bản thân của chúng và bóng đổ của mặt Φ lên mặt Ψ , ta làm như sau:

Cắt cả hai mặt đã cho bằng mặt phẳng P đi qua nguồn sáng (gọi là mặt phẳng tia sáng). Gọi φ , γ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng tia sáng P với mặt Φ và Ψ . Dễ dàng thấy rằng, các tiếp điểm A , B của các tia sáng với đường φ sẽ là các điểm thuộc đường bao quanh bóng bản thân a của mặt Φ . Tương tự, các tiếp điểm E , F của các tia sáng với đường γ , sẽ là các điểm thuộc đường bao quanh bóng bản thân của mặt Ψ .

Các giao điểm A_p , B_p của đường γ và các tia sáng tiếp xúc với φ tại các điểm A , B là các điểm thuộc các đường bao quanh bóng đổ a_p của mặt Φ lên mặt Ψ .



Hình III-2

Do đó, nếu dùng lần lượt nhiều mặt phẳng tia sáng như mặt phẳng P ta sẽ thu được nhiều điểm thuộc đường bao quanh bóng bản thân của mặt Φ và mặt Ψ và nhiều điểm thuộc đường bao quanh bóng đổ của mặt Φ lên mặt Ψ .

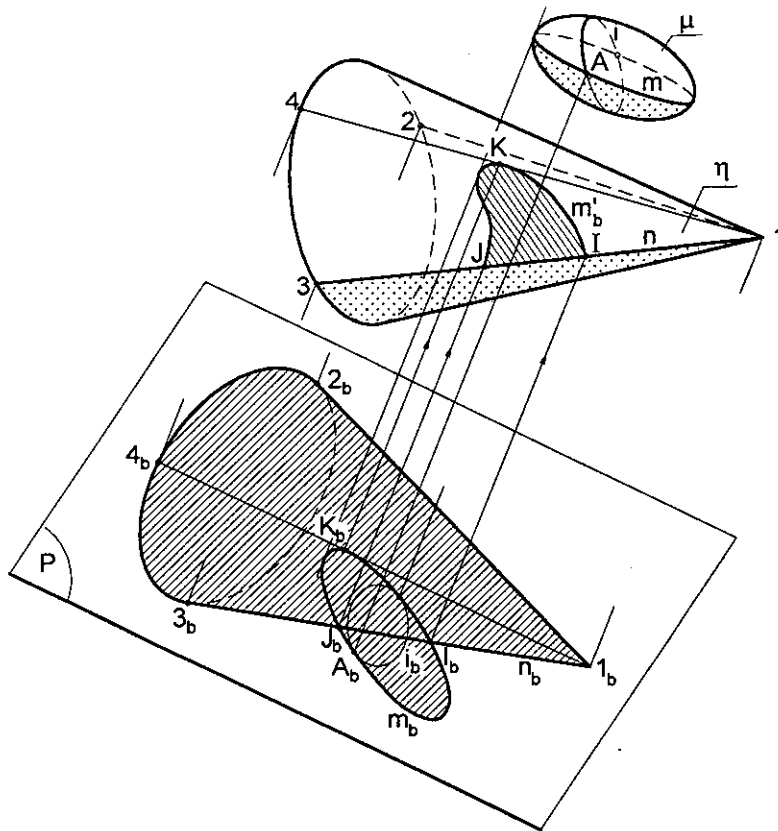
Chú ý rằng, khi xác định đường bao quanh bóng đổ ta chỉ cần lưu ý những giao điểm mà các tia sáng tiếp xúc với mặt Φ cắt miền sáng của mặt Ψ .

2. Phương pháp tia ngược

Theo phương pháp này, để vẽ bóng hai mặt μ và η (hình III-3) tức là vẽ các đường bao quanh bóng bản thân của chúng và đường bao quanh bóng đổ của μ lên mặt η ta làm như sau:

Trước hết, vẽ các đường bóng đổ m_b và n_b của cả hai mặt đó lên một mặt thứ ba (P). Mặt này thường được chọn là mặt phẳng. Từ đường bao quanh bóng đổ m_b của mặt μ , ta suy ra đường bao quanh bóng bản thân m của nó bằng cách dùng những tia ngược chiều tia sáng (gọi tắt là tia ngược) dóng các điểm thuộc đường m_b về mặt μ . Ví dụ, muốn dóng điểm A_b thuộc đường m_b về mặt μ , ta gắn điểm A_b vào hình chiếu i_b của đường i nào đó của mặt μ lên (P). Giao điểm của m và tia ngược vạch qua điểm A_b cho ta điểm $A \in m$. Đường bao

quanh bóng bản thân của mặt η cũng được vẽ tương tự. Đường bao quanh bóng đổ m'_b trên mặt η được vẽ bằng cách dùng các tia ngược dóng các điểm thuộc cung $I_b K_b J_b$ về mặt η . Ví dụ, dóng điểm K_b thuộc cung $I_b K_b J_b$ về mặt η . Muốn vậy, ta gán điểm K_b vào một đường nào đó thuộc hình bóng đổ của mặt η , chẳng hạn đường $1_b 4_b$. Đó là bóng đổ của đường 14 thuộc mặt η . Dễ dàng thấy rằng, điểm K cần tìm chính là giao điểm của đường 14 với tia ngược đi qua điểm K_b . Các điểm khác của đường m'_b được vẽ tương tự như điểm K.



Hình III-3

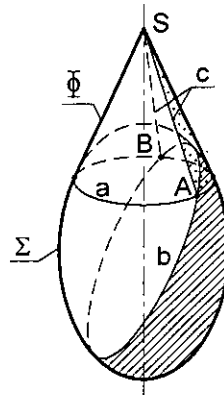
Trên hình vẽ, đường m'_b có hai điểm I, J nằm trên đường bao quanh bóng bản thân 13 của mặt η . Đó là hai điểm giới hạn của đường bao quanh bóng đổ m'_b giữa phần được chiếu sáng và phần bóng bản thân của mặt η . Ta gọi những điểm ấy là những *điểm mắt*.

3. Phương pháp mặt tiếp xúc

Phương pháp mặt tiếp xúc thường được dùng để vẽ bóng của các mặt tròn xoay có đường sinh là đường cong, dựa trên nhận xét sau đây:

Giả sử có hai mặt cong Σ và Φ tiếp xúc nhau theo đường a (hình III-4). Gọi b và c lần lượt là đường bao quanh bóng bản thân của Σ và Φ . Dễ dàng nhận thấy rằng, các giao điểm

A và B của hai đường b và c là các điểm nằm trên đường a. Do đó để vẽ bóng bản thân của mặt Σ , ta dùng những mặt Φ tiếp xúc với Σ sao cho Φ là mặt có đường bao quanh bóng bản thân dễ xác định.

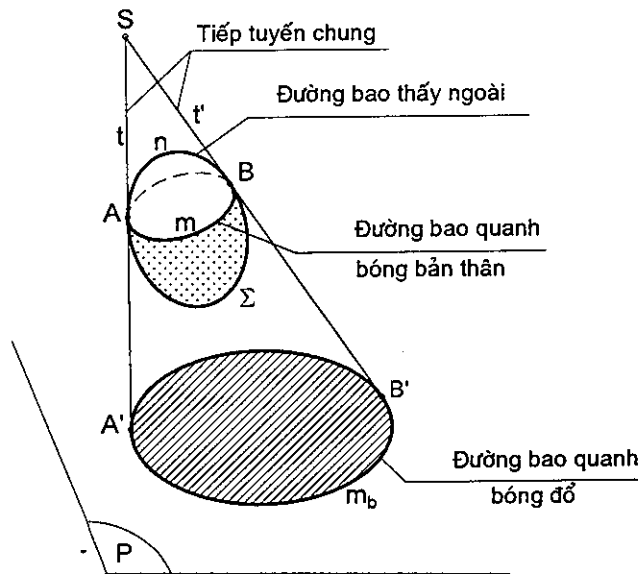


Hình III - 4

Những giao điểm của đường bao quanh bóng bản thân của mặt Φ với đường tiếp xúc tương ứng sẽ là những điểm thuộc đường bao quanh bóng bản thân muốn vẽ. Thông thường, để vẽ bóng bản thân các mặt tròn xoay, các mặt Φ thường được chọn là các mặt nón hay mặt trụ tròn xoay có chung trục với mặt tròn xoay đã cho vì đường bao quanh bóng bản thân của mặt nón hay mặt trụ, như ta sẽ thấy, là những cặp đường thẳng.

III- NHỮNG ĐIỂM CẦN CHÚ Ý KHI VẪ BÓNG

Để việc vẽ bóng được chính xác, khi vẽ bóng cần chú ý những tính chất sau đây:



Hình III - 5



1. Hình chiếu lên một mặt phẳng nào đó của ba đường: đường bao quanh thấy ngoài, đường bao quanh bóng bản thân và đường bao quanh bóng đổ của một mặt cong, có tiếp tuyến chung. Tiếp tuyến ấy là hình chiếu của tia sáng.

Trên hình III-5 biểu diễn hình chiếu lên mặt phẳng bản vẽ của hai tiếp tuyến chung t, t' với các đường cong n, m, m_b lần lượt là các đường cong nói trên, ở đó (P) là mặt nhận bóng.

2. Tại các điểm mất I và J (hình III-3), đường cong m'_b tiếp xúc với các tia sáng II_b và JJ_b . Các tia II_b, JJ_b chính là giao tuyến của mặt trụ tia sáng tiếp xúc với mặt μ và mặt phẳng tia sáng tiếp xúc với mặt η tại từng điểm I, J.

Khi vẽ bóng, người ta thường sử dụng kết hợp các phương pháp và những điều chú ý nói trên.

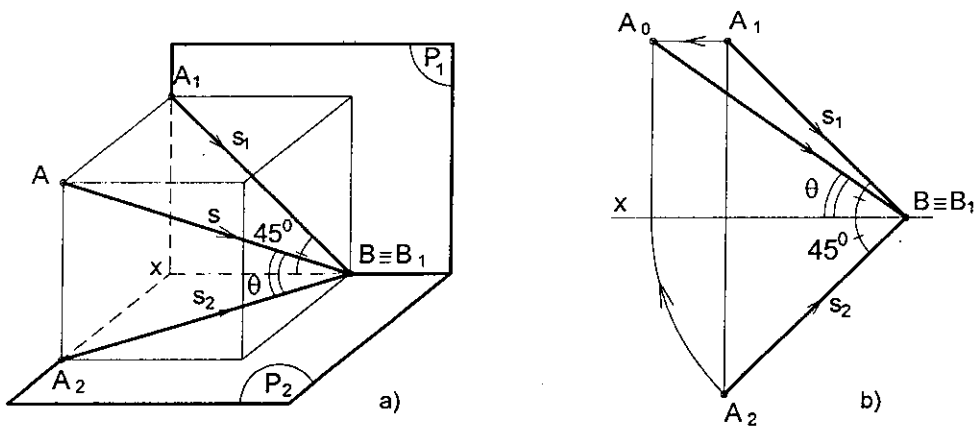
Dưới đây, trình bày cách vẽ bóng trên các loại hình chiếu.

Chương 2

BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU THẲNG GÓC

I- HƯỚNG TIA SÁNG. BÓNG CỦA ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG, HÌNH PHẲNG

Hướng tia sáng: Khi vẽ bóng trên hai hình chiếu thẳng góc, ta quy ước lấy tia sáng song song với hướng của đường chéo hình lập phương có các mặt bên song song với các mặt phẳng hình chiếu, từ đỉnh phía trên bên trái của mặt ngoài tới đỉnh đối diện (hình III-6a).

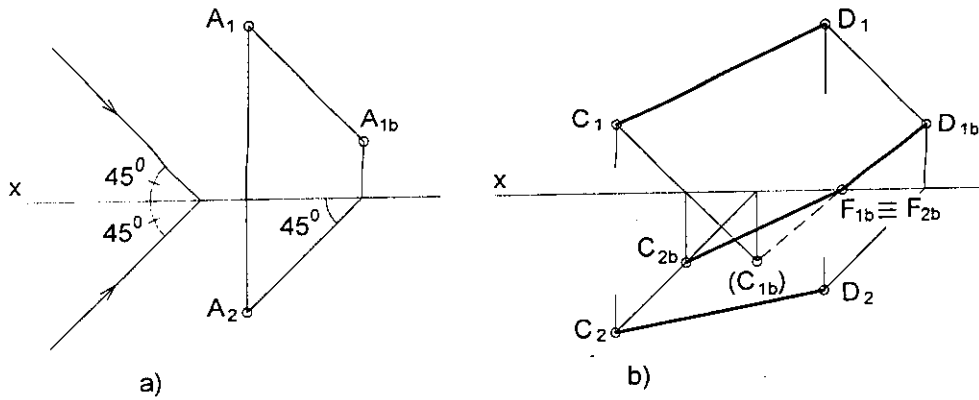


Hình III - 6

Sở dĩ ta chọn hướng tia sáng như vậy là để cho việc vẽ bóng được đơn giản. Đồng thời hướng tia sáng ấy cũng tương đối phù hợp với hướng tia sáng của Mặt Trời lúc ta quan sát các công trình trong thực tế.

Với hướng tia sáng như vậy, hình chiếu đứng, hình chiếu bằng và hình chiếu cạnh của tia sáng đều hợp với trục x một góc 45° . Góc nghiêng của tia sáng đối với các mặt phẳng hình chiếu là $\theta = 35^\circ 15' 54''$. Cách xác định θ thấy rõ trên hình III-6b.

Khi vẽ bóng theo các phương pháp nói trên, chẳng hạn theo phương pháp tia ngược, ta thường gặp việc vẽ bóng của các hình lên trên các mặt phẳng hình chiếu. Vì vậy, trước tiên chúng ta thực hiện việc vẽ bóng của các yếu tố hình học cơ bản (điểm, đường thẳng, hình phẳng...) đổ lên các mặt phẳng hình chiếu.



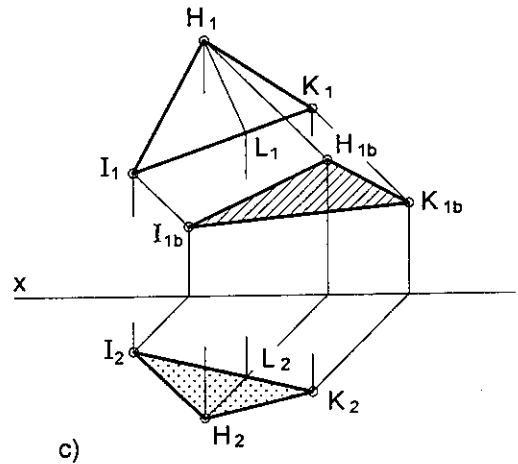
Hình III-7a, b

Hình III-7a vẽ bóng của điểm A đổ lên mặt phẳng hình chiếu đứng (điểm A_{1b}). Hình III-7b vẽ bóng của đoạn thẳng CD đổ lên các mặt phẳng hình chiếu. Vì quy ước các mặt phẳng hình chiếu (mặt phẳng nhận bóng) là những mặt phẳng đục, nên bóng của CD trên mặt phẳng hình chiếu đứng là đoạn $D_{1b}F_{1b}$. Đoạn thẳng $C_{2b}F_{2b}$ là bóng của CD trên mặt phẳng hình chiếu bằng. Trên hình III-7c vẽ bóng của bản phẳng tam giác IKH đổ lên mặt phẳng hình chiếu đứng (tam giác $I_{1b}K_{1b}H_{1b}$).

Khi vẽ bóng các hình phẳng, ta phải xét mặt tối, mặt sáng của chúng trên các hình chiếu. Dễ dàng thấy rằng, có thể xét theo một trong hai dấu hiệu sau đây:

– Nếu trên một mặt phẳng hình chiếu, thứ tự các đỉnh của đường bao quanh hình chiếu của hình phẳng và đường bao quanh bóng đổ của hình phẳng theo cùng một chiều thì trên mặt phẳng hình chiếu ấy hình phẳng sáng. Ví dụ trên hình III-7c, thứ tự các đỉnh của hình chiếu đứng hình phẳng $I_1H_1K_1$ và bóng đổ $I_{1b}H_{1b}K_{1b}$ cùng một chiều, nên trên mặt phẳng hình chiếu đứng $I_1H_1K_1$ được chiếu sáng.

– Nếu góc nghiêng của tia sáng lớn hơn góc nghiêng của giao tuyến của hình phẳng và mặt phẳng chiếu chứa tia sáng, đối với mặt phẳng hình chiếu nào đó, thì trên mặt phẳng hình chiếu ấy, hình phẳng được chiếu sáng. Nếu hai góc ấy bằng nhau hoặc nếu góc của tia sáng nhỏ hơn thì trên mặt phẳng hình chiếu ấy, hình phẳng bị tối. Ví dụ trên hình III-7c, góc nghiêng của tia sáng nhỏ hơn góc nghiêng của giao tuyến HL của hình phẳng và mặt phẳng chiếu bằng chứa tia sáng, đối với mặt phẳng hình chiếu bằng, nên trên mặt phẳng hình chiếu bằng $I_2H_2K_2$ là mặt tối.



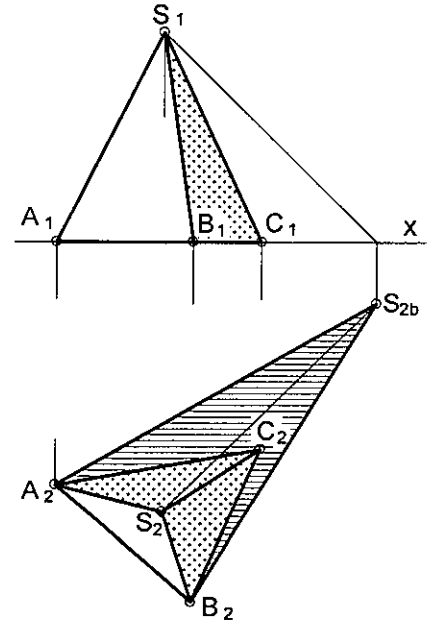
Hình III-7c

II- BÓNG CỦA MỘT SỐ VẬT THỂ HÌNH HỌC ĐƠN GIẢN

Việc vẽ bóng trên các chi tiết kiến trúc thường được đưa về việc vẽ bóng của các đa diện và của các mặt như mặt nón, mặt trụ, mặt cầu... Vì vậy, trước hết ta xét cách vẽ bóng đối với các đa diện và các mặt này.

1. Bóng của đa diện

Giả sử cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC thuộc mặt phẳng P_2 (hình III-8). Để xác định bóng bản thân của hình chóp, ta vẽ bóng đổ của nó lên mặt phẳng hình chiếu P_2 . Vì đáy ABC của hình chóp thuộc P_2 , nên để xác định đường bao quanh bóng đổ của hình chóp, ta chỉ cần vẽ bóng đổ S_{2b} của đỉnh S rồi nối S_{2b} với các điểm A_2, B_2 và C_2 . Đường bao quanh bóng đổ cần tìm là $A_2S_{2b}B_2$. Theo đường bao quanh bóng đổ này ta dễ dàng suy ra mặt SAB được chiếu sáng và các mặt SAC, SBC có bóng bản thân.



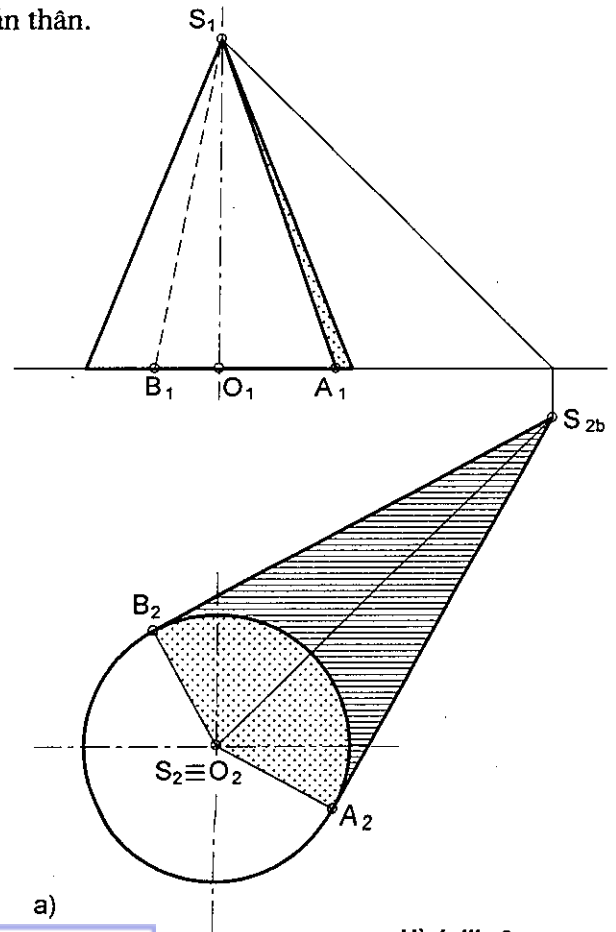
Hình III-8.

2. Bóng của mặt nón

Đường bao quanh bóng bản thân của mặt nón là các đường sinh tiếp xúc của mặt nón với các mặt phẳng tia sáng.

Muốn xác định các đường sinh ấy, ta có thể làm tương tự như đối với hình chóp, bằng cách vẽ bóng đổ của hình nón lên mặt phẳng đáy nón, rồi suy ra chân các đường sinh cần tìm trên mặt nón đã cho nhờ các tia xuất phát từ bóng đổ đỉnh nón và tiếp xúc với vòng tròn đáy nón - các tia A_2S_{2b} và B_2S_{2b} trên hình III-9a.

Đối với mặt nón tròn xoay thẳng đứng, ta có thể vẽ bóng bản thân trên hình chiếu đứng của nó mà không cần hình chiếu bằng, dựa trên nhận xét sau đây (hình III-9a):



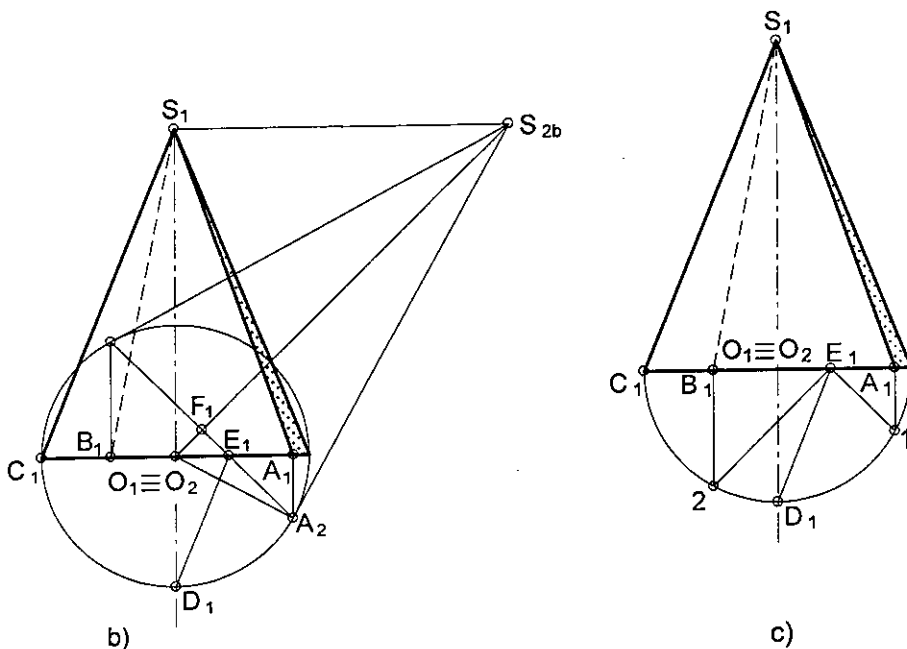
Hình III-9a

Nâng hình $S_{2b}A_2M_2B_2$ lên phía trên sao cho tâm O_2 trùng với O_1 như trên hình III-9b. Vì các tam giác vuông $A_2O_1S_{2b}$ và $F_1O_1A_2$ đồng dạng với nhau, ta có:

$$\frac{A_2O_1}{F_1O_1} = \frac{O_1S_{2b}}{O_1A_2}$$

Vì $O_1S_{2b} = S_1O_1 \cdot \sqrt{2}$ (từ tam giác vuông $O_1S_1S_{2b}$), $F_1O_1 = \frac{O_1E_1}{\sqrt{2}}$ (trong tam giác vuông $O_1F_1E_1$) và O_1A_2 bằng bán kính vòng tròn đáy nón, nên hai tam giác $S_1C_1O_1$ và $D_1E_1O_1$ đồng dạng. Từ đó suy ra $D_1E_1 \parallel S_1C_1$. (1)

Dựa theo (1) ta có thể xác định chân A, B các đường sinh bóng bản thân như sau (hình III-9c):



Hình III-9 b, c

– Vẽ nửa vòng tròn đáy nón (về phía dưới, nếu đỉnh nón ở phía trên trục x) có tâm trùng với điểm $O_1 \equiv O_2$.

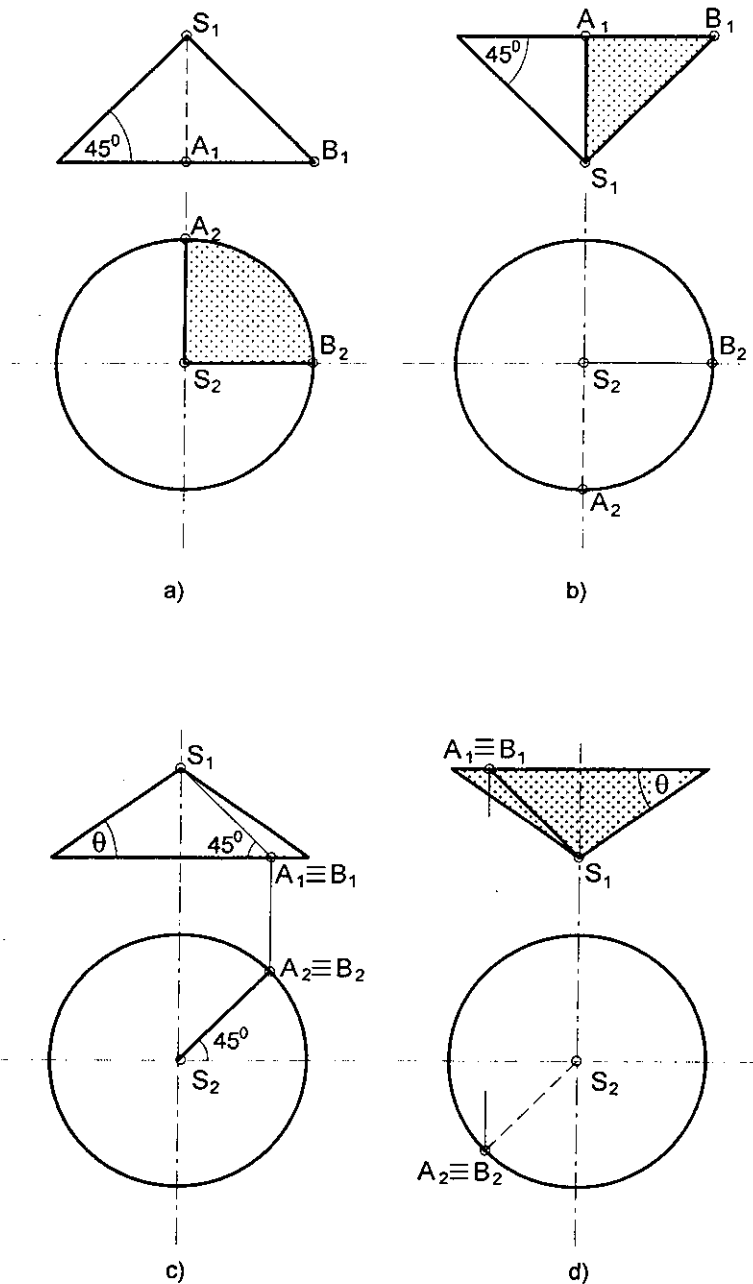
– Vẽ D_1E_1 song song với S_1C_1 .

– Từ điểm E_1 vẽ các đường nghiêng với đường bằng các góc 45° được các điểm 1 và 2.

– Từ các điểm 1 và 2 vẽ các đường thẳng đứng, được các điểm A_1 và B_1 cần tìm.

Vị trí các đường sinh bao quanh bóng bản thân của mặt nón tròn xoay thẳng đứng thay đổi tùy theo góc nghiêng α của các đường sinh mặt nón đối với mặt phẳng nằm ngang.

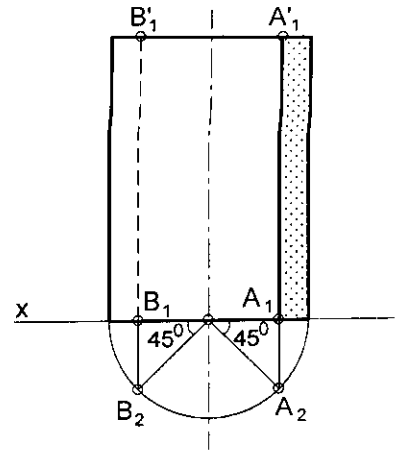
Khi vẽ bóng của các mặt tròn xoay, ngoài các mặt nón tròn xoay phụ trợ có góc α bất kỳ, ta chú ý đặc biệt các mặt nón với góc $\alpha = \theta = 35^\circ 15' 54''$ và $\alpha = 45^\circ$.



Hình III-10

Hình III-10a, vẽ bóng bản thân của mặt nón khi $\alpha = 45^\circ$ và đỉnh ở phía trên. Các đường sinh bao quanh bóng bản thân là SA và SB mà hình chiếu đứng lần lượt trùng với hình chiếu đứng của trục nón và của đường sinh bao bên phải. Hình III-10b, vẽ bóng bản thân của mặt nón khi $\alpha = 45^\circ$ và đỉnh ở phía dưới. Các đường sinh bao quanh bóng bản thân là SA, SB mà hình chiếu đứng lần lượt trùng với hình chiếu đứng của trục nón và của đường sinh bao bên trái.

Hình III-10c, vẽ bóng bản thân của mặt nón khi $\alpha = \theta^\circ$. Trong trường hợp này, có một tia sáng trượt dọc theo đường sinh SA mà hình chiếu đứng của nó nghiêng với trục x một góc 45° . Đường sinh này được coi như là tối. Phần còn lại của mặt nón hoàn toàn được chiếu sáng. Trên hình III-10d vẽ bóng bản thân của mặt nón khi $\alpha = \theta^\circ$ và đỉnh ở phía dưới. Trong trường hợp này đường sinh SA được coi như là sáng, phần còn lại của mặt nón đều nằm trong bóng bản thân.



Hình III-11

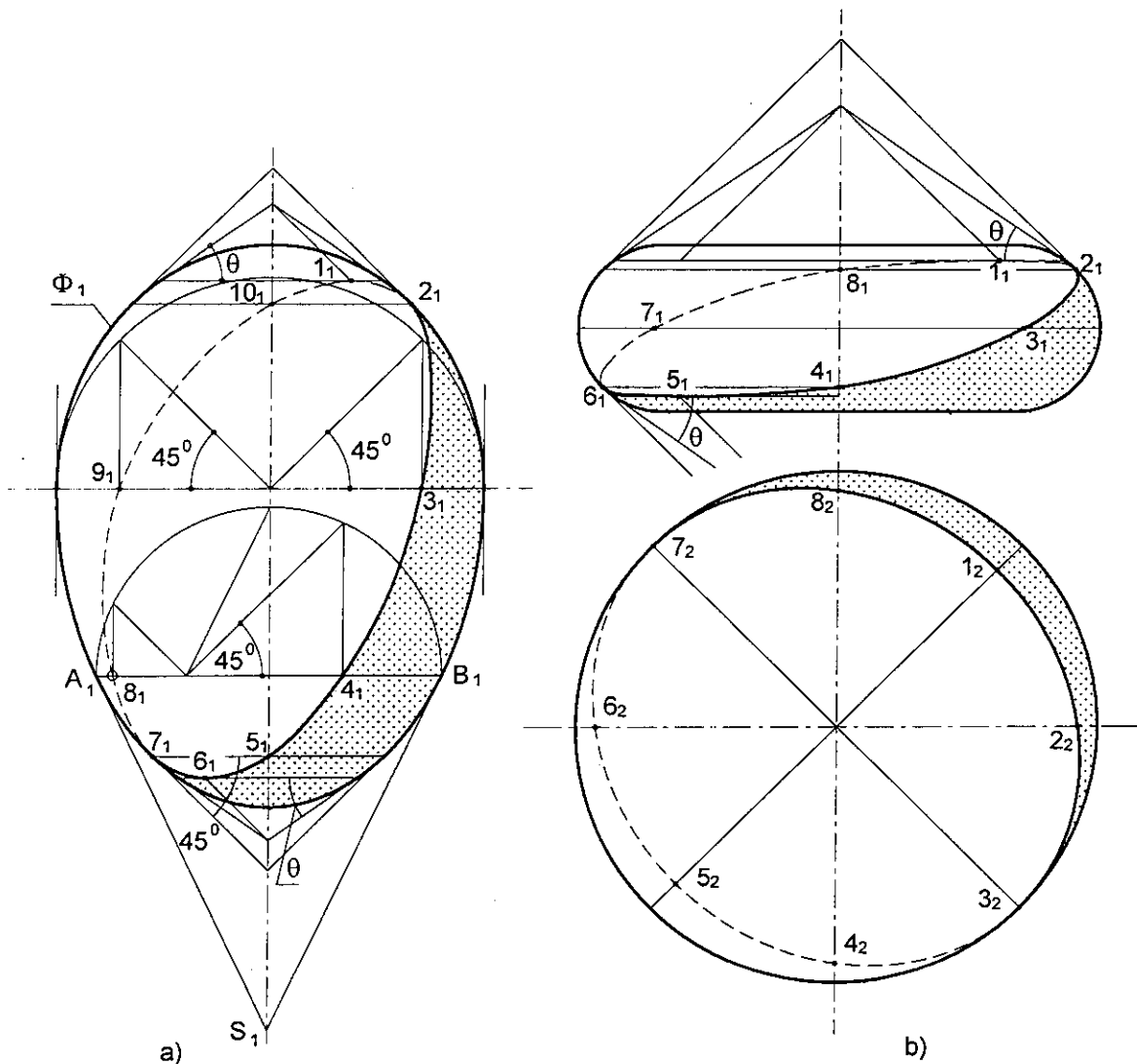
Hình III-11 vẽ bóng của mặt trụ tròn xoay thẳng đứng – đây chỉ là trường hợp đặc biệt của mặt nón khi $\alpha = 90^\circ$. Ta dễ dàng xác định hai đường sinh bao quanh bóng bản thân AA' và BB' của chúng như thấy rõ trên hình vẽ.

3. Bóng của mặt tròn xoay có trục thẳng đứng

Ta thường gặp những mặt tròn xoay có trục thẳng đứng trong các chi tiết kiến trúc. Để vẽ bóng những mặt như vậy, tốt nhất người ta dùng phương pháp mặt tiếp xúc. Các mặt tiếp xúc là những mặt nón, mặt trụ tròn xoay có trục trùng với trục của mặt tròn xoay đã cho mà các đường sinh bao quanh bóng bản thân của chúng ta đã biết cách xác định như vừa trình bày ở trên.

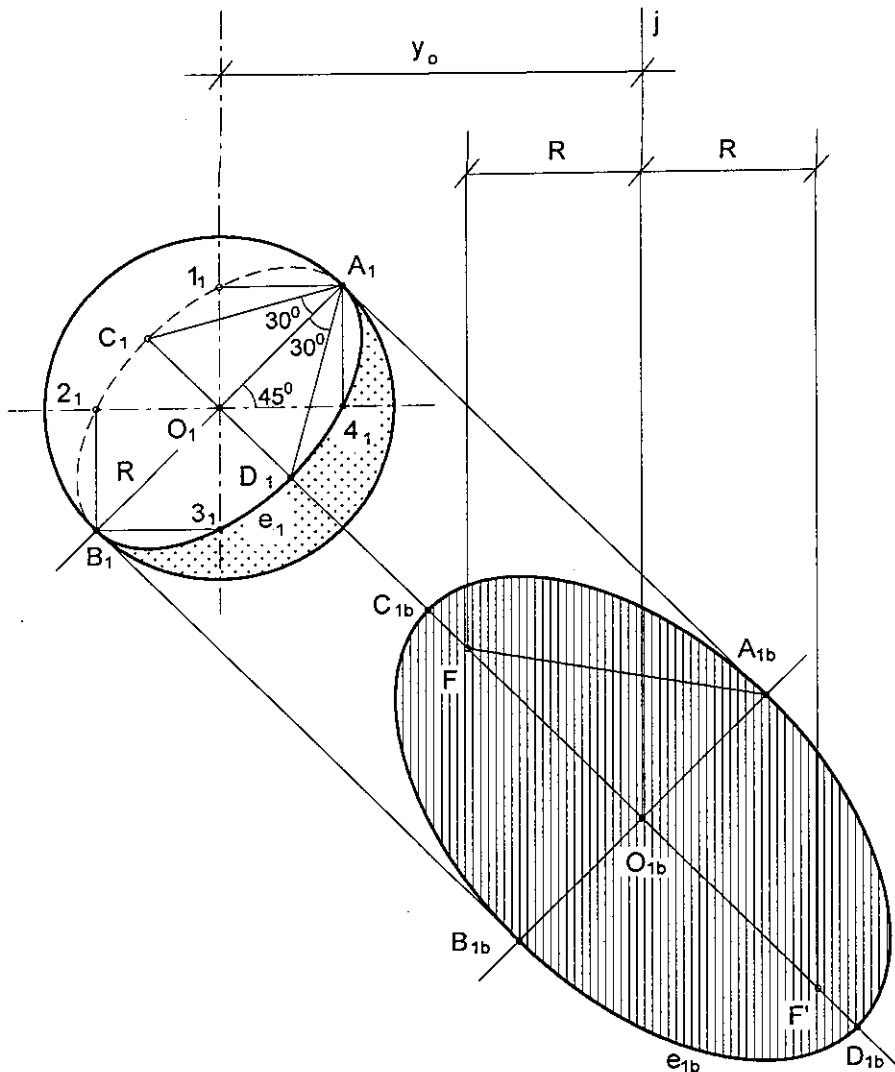
Trên hình III-12a vẽ bóng cho mặt tròn xoay thẳng đứng Φ có hình chiếu đứng là Φ_1 . Để vẽ một cặp điểm của đường bao quanh bóng bản thân trên vĩ tuyến AB của Φ ta làm như sau: Vẽ mặt nón tiếp xúc với mặt tròn xoay theo vĩ tuyến AB. Bằng cách vẽ như trên hình III-9c, ta xác định chân của hai đường sinh bao quanh bóng bản thân của mặt nón S. Hai điểm 4, 8 là hai điểm cần tìm. Dùng nhiều mặt nón như vậy ta sẽ được một số điểm để xác định đường bao quanh bóng bản thân của Φ . Các cặp điểm 2, 10 và 5, 7 được xác định nhờ những mặt nón tiếp xúc có góc $\alpha = 45^\circ$. Ở đó hai điểm 2 và 7 là hai tiếp điểm của đường bao quanh bóng bản thân với đường bao quanh hình chiếu đứng của Φ . Vì vậy, chúng là hai điểm giới hạn thấy, khuất của đường bao quanh bóng bản thân. Hai điểm 1 và 6 được xác định nhờ hai mặt nón có góc $\alpha = \theta^\circ$. Đó là điểm cao nhất và thấp nhất của đường bao quanh bóng bản thân.

Trên hình III-12b, trình bày cách vẽ đường bao quanh bóng bản thân của một mặt tròn xoay cũng theo phương pháp trên. Đường bao quanh bóng bản thân có điểm cao nhất, thấp nhất lần lượt là 1 và 5. Hai điểm 2 và 6 là hai điểm giới hạn thấy, khuất trên hình chiếu đứng của nó. Hai điểm 3 và 7 là hai điểm nằm trên vòng tròn xích đạo.



Hình III-12a, b

Trên hình III-12c, trình bày cách vẽ bóng bản thân trên hình chiếu đứng của mặt cầu tâm $O(O_1, O_2)$. Độ xa của O là y_0 . Đường bao quanh bóng bản thân của mặt cầu là elip e_1 mà trục lớn là A_1B_1 và trục nhỏ là C_1D_1 . Trục lớn A_1B_1 là đường kính vuông góc với hình chiếu đứng tia sáng. Trục nhỏ C_1D_1 là cạnh của tam giác đều $A_1C_1D_1$ (từ A_1 vẽ hai tia tạo góc $\alpha = 30^\circ$ so với trục A_1B_1 sẽ có hai điểm C_1, D_1). Từ hai trục này ta có thể vẽ elip e_1 theo phương pháp 8 điểm hoặc vẽ với sự trợ giúp của máy tính.



Hình III-12c

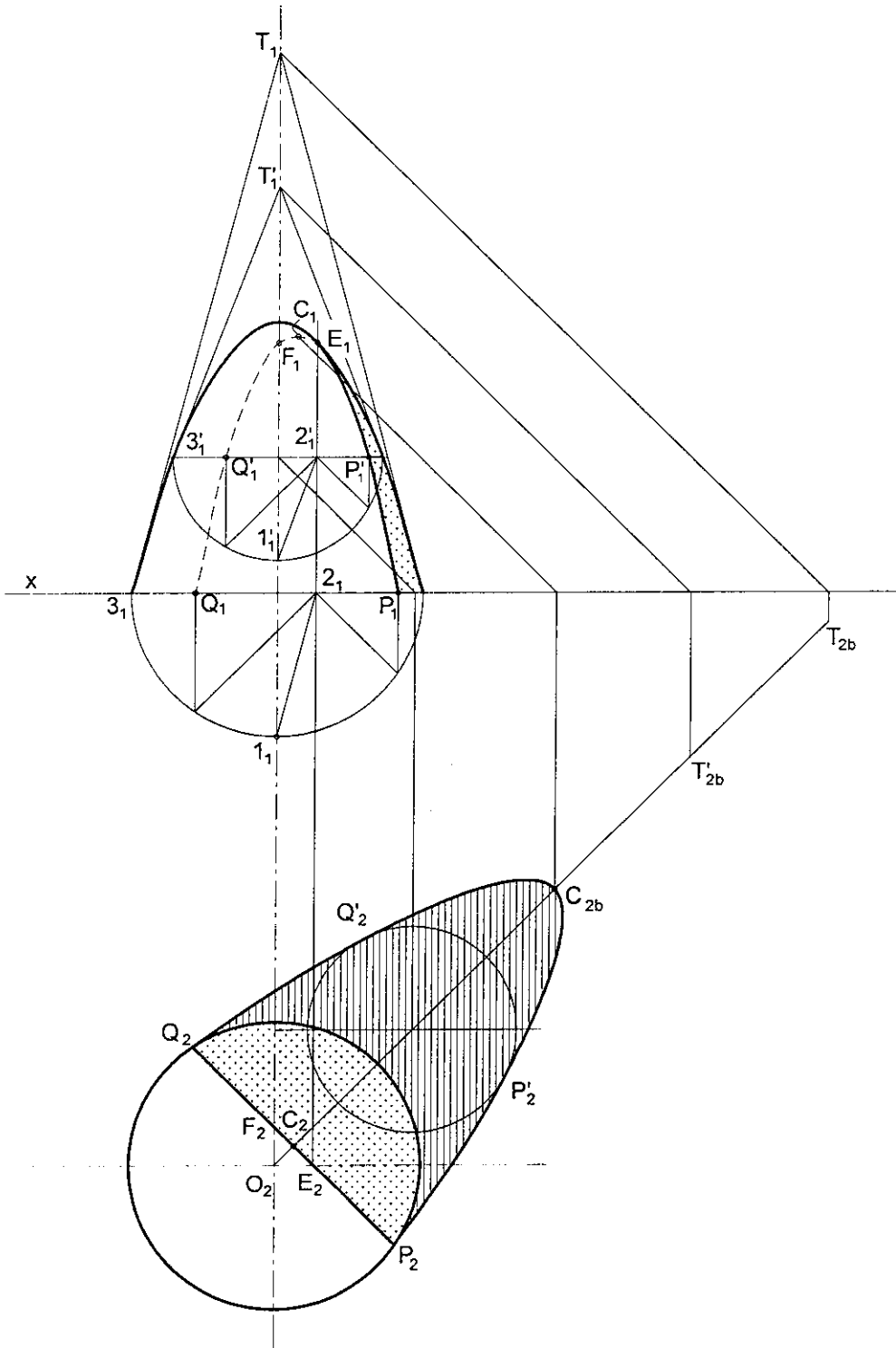
Đường bao quanh bóng đổ e_{1b} của mặt cầu trên hình chiếu đứng cũng là một elip mà tâm và hai trục xác định theo trình tự như sau:

1. Tâm O_{1b} : là giao điểm của tia 45° qua O_1 với đường thẳng thẳng đứng j cách O_1 một đoạn bằng độ xa y_0 của O .

2. Trục nhỏ : là đoạn $A_{1b}B_{1b}$ song song và bằng A_1B_1 .

3. Trục lớn: Trước hết xác định hai tiêu điểm F, F' của elip bóng đổ e_{1b} . Thực chất chúng là bóng đổ của hai đầu mút của đường kính tia chiếu đứng (điểm rốn) của cầu. Trên hình III-12c, F, F' là hai giao điểm của tia 45° qua O_1 với hai đường thẳng song song và cách j về hai phía một đoạn bằng bán kính R của cầu. Đoạn $A_{1b}F$ dài bằng bán trục lớn của elip bóng đổ, từ đó vẽ được trục lớn là $C_{1b}D_{1b}$.

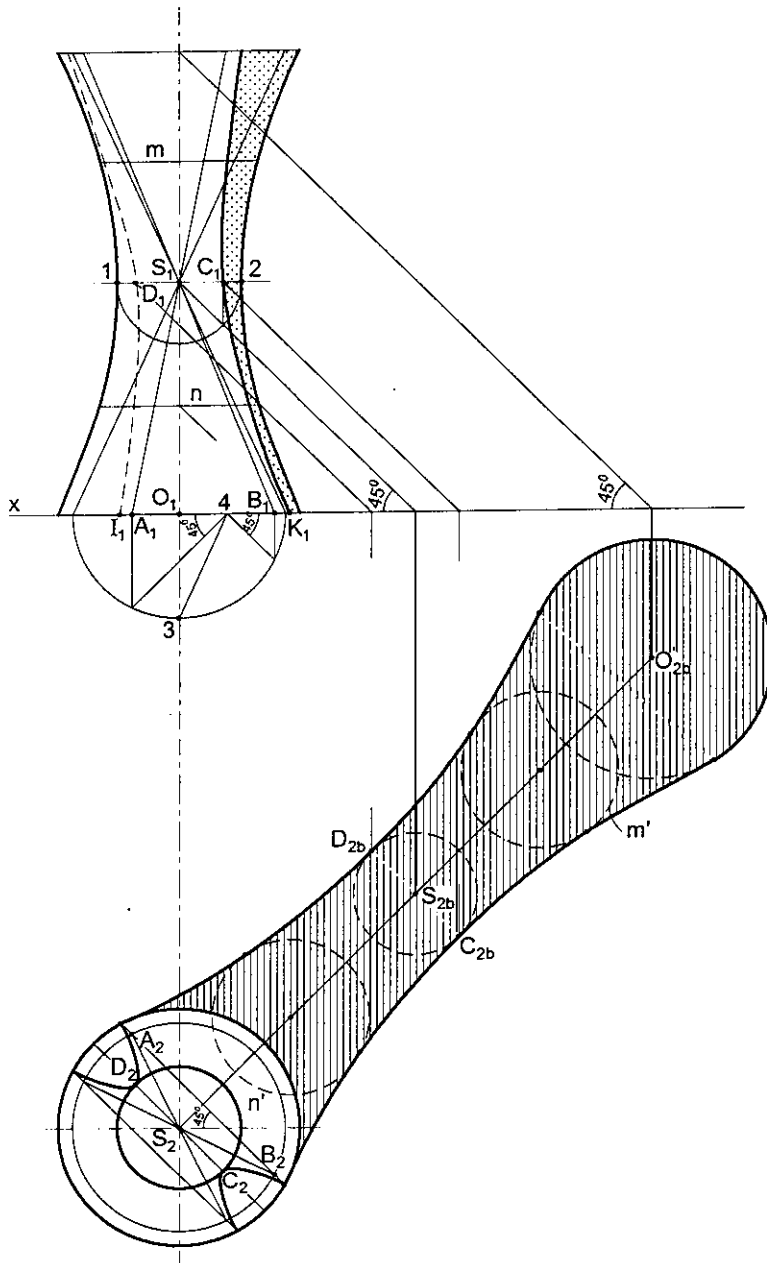
Với hai trục $A_{1b}B_{1b}, C_{1b}D_{1b}$ ta vẽ dễ dàng elip e_{1b} (theo phương pháp 8 điểm hoặc vẽ với sự trợ giúp của máy vi tính).



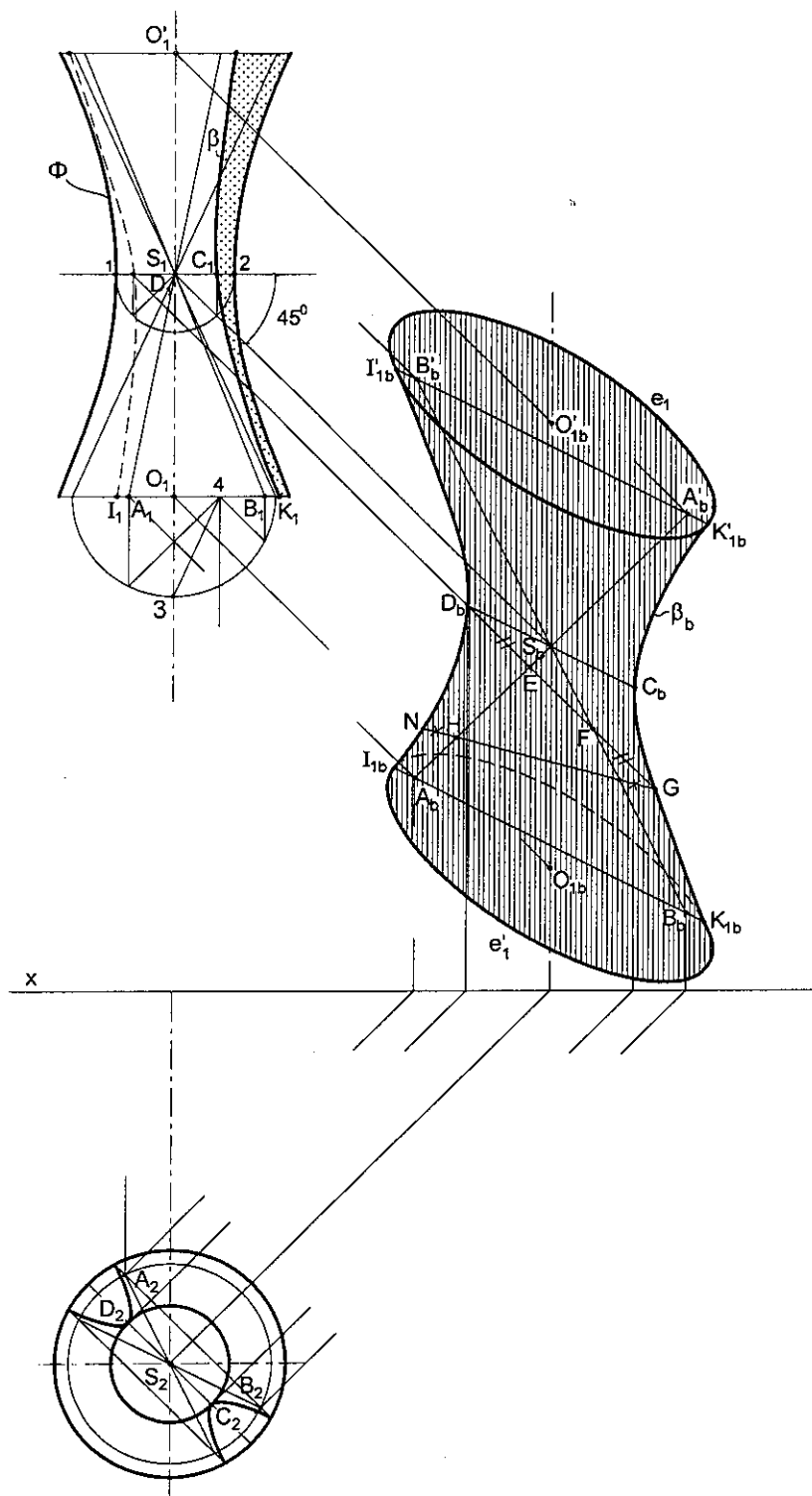
Hình III-12d

Trên hình III-12d trình bày cách vẽ bóng của paraboloid tròn xoay trục thẳng đứng. Trên hình chiếu đứng, đường bao quanh bóng bản thân cần tìm là một parabol. Ta dùng các

nón cùng trực tiếp xúc với mặt đã cho theo các vĩ tuyến và thu được các điểm bóng bản thân P_1, Q_1, P'_1, Q'_1 . Điểm E_1 thu được nhờ dùng nón tiếp xúc 45° (hoặc đóng từ E_2 ở hình chiếu bằng lên). Nối các điểm $P_1, P'_1, E_1, F_1, Q'_1, Q_1$ ta được đường bao quanh bóng bản thân cần tìm.



Hình III - 12 e



Hình III-12f

Hình chiếu bằng đường bao quanh bóng bản thân là đoạn thẳng P_2Q_2 thẳng góc với hình chiếu bằng tia sáng.

Đường bao quanh bóng đổ của paraboloid tròn xoay trên hình chiếu bằng cũng là một parabol thu được bằng cách vẽ bóng đổ các điểm bóng bản thân nói trên rồi nối lại.

Trên hình III-12e trình bày cách vẽ bóng của hypeboloid tròn xoay một tầng trục thẳng đứng đổ lên mặt phẳng hình chiếu bằng. Trước hết vẽ bóng đổ một số vĩ tuyến của mặt rồi vẽ đường bao của chúng. Đó là đường bao quanh bóng đổ cần tìm.

Đường bao quanh bóng bản thân được vẽ theo các nón tiếp xúc tương tự như trên hình III-12d.

Trên hình III-12f trình bày cách vẽ đường bao quanh bóng đổ lên mặt phẳng hình chiếu đứng của mặt hypeboloid Φ tròn xoay một tầng, trục thẳng đứng dựa trên các nhận xét sau đây:

1. Hai đường sinh biên của nón tiệm cận của Φ là hai đường tiệm cận của hypebol bao quanh hình chiếu đứng của Φ .

2. Hai đường sinh bóng bản thân (SA, SB) của nón tiệm cận của Φ là hai đường tiệm cận của hypebol β bao quanh bóng bản thân của Φ .

3. Bóng đổ (S_bA_b, S_bB_b) của hai đường tiệm cận (SA, SB) của hypebol β bao quanh bóng bản thân của Φ là hai đường tiệm cận của hypebol bao quanh bóng đổ β_b của Φ .

Mặt khác, người ta chứng minh rằng khi biết hai đường tiệm cận (chẳng hạn S_bA_b, S_bB_b) và một điểm (chẳng hạn D_b) của hypebol β_b , ta có thể vẽ hypebol β_b đó như sau (hình III-12g):

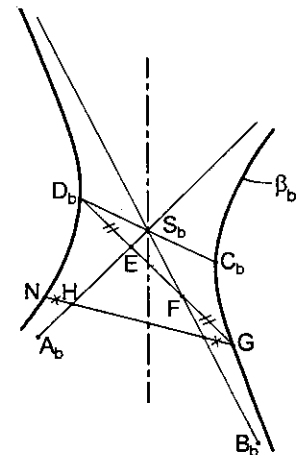
– Qua D_b vẽ một tia tới cắt cả hai đường tiệm cận lần lượt tại E, F.

– Lấy trên tia đó hai đoạn $D_bE = FG$. Điểm G là một điểm của hypebol β_b cần vẽ.

– Các điểm khác (như điểm N) của hypebol β_b được vẽ tương tự.

Trên hình III-12f có vẽ bóng đổ của hai vòng tròn đáy của Φ . Đó là hai elip e_1, e'_1 .

Đối với những mặt tròn xoay có trục bất kỳ, để vẽ bóng bản thân của chúng, ta có thể dùng các phép biến đổi hình chiếu để đưa về trường hợp đã xét.



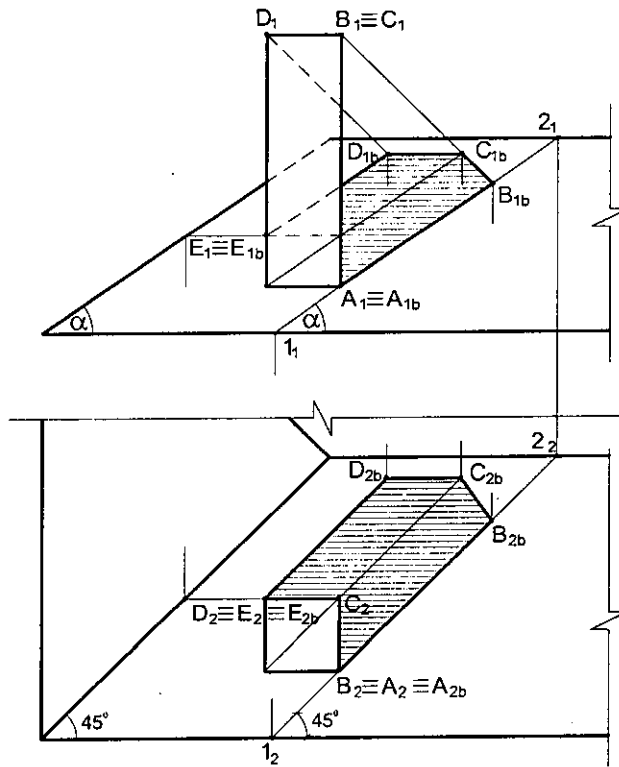
Hình III-12g

III- BÓNG CỦA MỘT SỐ CHI TIẾT KIẾN TRÚC

Trước khi nghiên cứu cách vẽ bóng của một công trình kiến trúc (một ngôi nhà...) ta nghiên cứu cách vẽ bóng của một số chi tiết kiến trúc.

1. Bóng của ống khói đổ lên mái nhà

Giả sử mái nhà nghiêng với mặt phẳng nằm ngang một góc là α và ống khói có hình lăng trụ đáy vuông cho như trên hình III – 13. Vẽ đường bao quanh bóng đổ của ống khói lên mái nhà: Trước hết ta xác định các cạnh bao quanh bóng bản thân của ống khói. Đó là các cạnh AB, BC, CD và DE.



Hình III – 13

Bóng đổ lên mái nhà của cạnh thẳng đứng AB là đoạn thẳng A_bB_b nằm trên giao tuyến 12 của mặt phẳng mái và mặt phẳng tia sáng chứa cạnh đó. Để dàng chứng minh được rằng, vì mặt phẳng mái nhà là mặt phẳng chiếu cạnh (tức là mặt phẳng song song với trục x), nên đường $A_{1b}B_{1b}$ hợp với đường nằm ngang một góc α là góc nghiêng của mặt phẳng mái đối với mặt phẳng bằng.

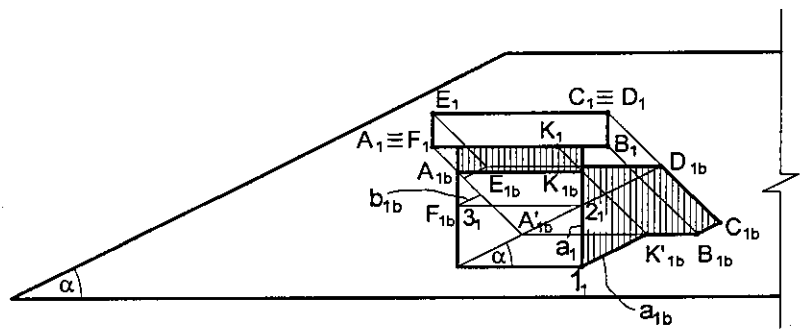
Tương tự, ta có bóng đổ của cạnh thẳng đứng DE là $D_{1b}E_{1b}$ song song với $A_{1b}B_{1b}$.

Cạnh CD song song với mặt phẳng mái, nên hình chiếu đứng bóng đổ lên mái của nó là $C_{1b}D_{1b}$ song song và dài bằng cạnh CD .

Cạnh BC thẳng góc với mặt phẳng P_1 , nên hình chiếu đứng bóng đổ lên mái của nó là đoạn $B_{1b}C_{1b}$ song song với hình chiếu đứng tia sáng.

Trên hình III-13 cũng vẽ hình chiếu bằng đường bao quanh bóng đổ của ống khói lên mái là đường $A_{2b}B_{2b}C_{2b}D_{2b}E_{2b}$.

Tương tự như cách làm trên, trên hình III-14 ta vẽ hình chiếu đứng của đường bao quanh bóng đổ lên mái của một ống khói thẳng đứng có tấm nắp vuông.



Hình III-14

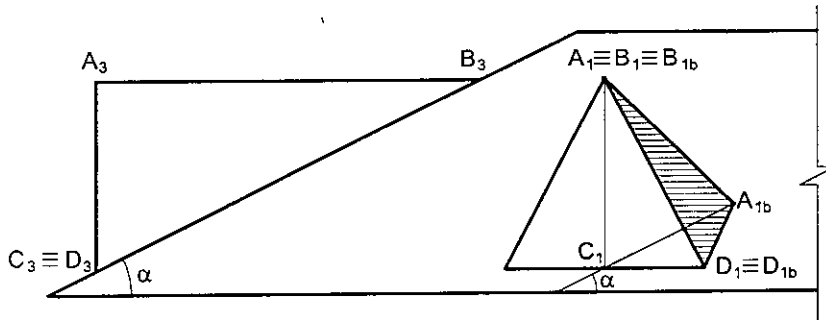
Để vẽ đường bao quanh bóng đổ của tấm nắp đổ lên thân ống khói và của toàn ống khói đổ lên mái nhà, trước hết ta xác định các cạnh bao quanh bóng bản thân của ống khói. Các cạnh bao quanh bóng bản thân của tấm nắp là AB, BC, CD, DE, EF, FA và của thân ống khói là hai cạnh thẳng đứng a, b đi qua điểm 1 và 3. Sau đó vẽ bóng của cạnh AB đổ lên mặt trước của thân ống khói. Bóng của điểm A đổ lên cạnh bên trái của thân ống khói là điểm A_{1b} . Vì AB song song với mặt trước của thân ống khói, nên có bóng đổ là đoạn thẳng song song với nó. Tuy nhiên, chỉ có đoạn AK là có bóng $A_{1b}K_{1b}$ trên mặt này, còn đoạn KB đổ bóng lên mái.

Để xác định bóng của đoạn KB đổ lên mái, ta vẽ bóng đổ của cạnh a. Như đã biết, bóng đổ a_{1b} là đoạn thẳng tạo với cạnh nằm ngang một góc α , bằng góc nghiêng của mặt phẳng mái đối với mặt phẳng bằng. Giao điểm của đường a_{1b} này với hình chiếu đứng tia sáng qua điểm K, sẽ là bóng của K đổ lên mái (điểm K'_{1b}). Đoạn thẳng KB song song với mái, nên có bóng đổ cũng là đường thẳng song song với chính nó ($K'_{1b}B_{1b}$). Bóng đổ lên mái của cạnh thẳng đứng BC là đoạn thẳng $B_{1b}C_{1b}$ song song với đoạn thẳng $1_1 K'_{1b}$. Cạnh CD thẳng góc với mặt phẳng P_1 , nên hình chiếu đứng bóng đổ của nó lên mái là đoạn thẳng $C_{1b}D_{1b}$ song song với hình chiếu đứng tia sáng. Điểm D_{1b} là giao điểm của hình chiếu đứng tia sáng qua điểm D_1 với đường thẳng qua điểm 2_1 và hợp một góc α đối với đường nằm ngang.

Cách vẽ các điểm còn lại $E_{1b}, F_{1b}, v.v...$ thấy rõ trên hình vẽ.

2. Bóng của cửa sổ mái

Trên các hình III –15, III –16, III –17 trình bày cách vẽ bóng của các cửa sổ mái nhà lần lượt có dạng là hình tam giác, hình bán nguyệt và hình chữ nhật. Các cửa sổ mái được cho bởi hình chiếu đứng và hình chiếu cạnh của chúng. Góc nghiêng của mặt phẳng mái đối với mặt phẳng bằng là α .

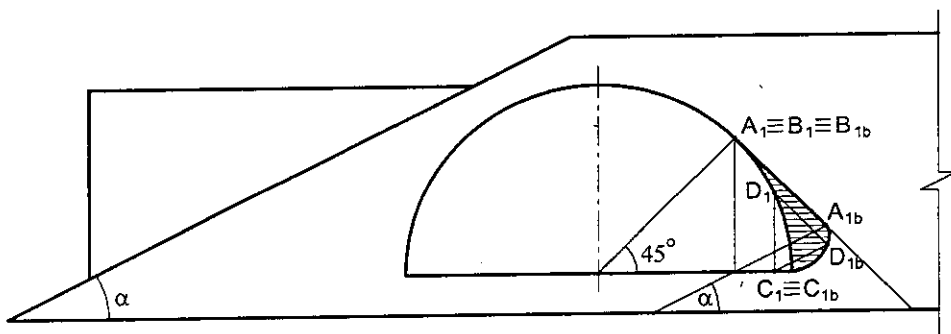


Hình III –15

Trình tự vẽ bóng cũng như trường hợp trên. Trước hết xác định các cạnh thuộc đường bao quanh bóng bản thân và sau đó vẽ bóng đổ của các cạnh này lên mặt phẳng mái.

Trên hình III–15, các cạnh bao quanh bóng bản thân là AB và AD. Vì cạnh AB thẳng góc với mặt phẳng P_1 nên hình chiếu đứng của bóng đổ trùng với hình chiếu đứng của tia sáng. Để xác định bóng đổ của điểm A ta vẽ qua A đường thẳng thẳng đứng đến cắt mặt phẳng mái tại $C(C_1)$ và vẽ bóng đổ AC lên mái. Vì AC là đoạn thẳng thẳng đứng và mặt phẳng mái là mặt phẳng chiếu cạnh nên hình chiếu đứng của bóng đổ của AC lên mái là đoạn thẳng đi qua C_1 và hợp với đường nằm ngang một góc α . Điểm A_{1b} chính là giao điểm của đường này với hình chiếu đứng của tia sáng đi qua điểm A.

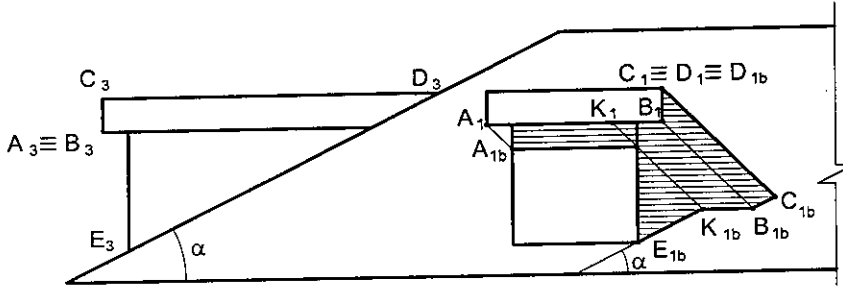
Đường bao quanh bóng đổ cần tìm là BAD (B_{1b} A_{1b} D_{1b}).



Hình III –16

Trên hình III–16 đường bao quanh bóng bản thân gồm cung ADC và đoạn thẳng AB của đường sinh mặt trụ trên cửa sổ mái. Đường sinh này được xác định nhờ mặt phẳng tia sáng tiếp xúc với mặt trụ. Hình chiếu đứng của mặt phẳng tia sáng ấy là đường thẳng tiếp

xúc với hình chiếu đứng mặt trụ tại điểm A_1 và nghiêng góc 45° đối với đường nằm ngang. Đường thẳng AB là đường thẳng chiếu đứng, nên A_1A_{1b} song song với hình chiếu đứng tia sáng. Bóng của điểm A và điểm D là A_b và D_b được xác định bằng cách gắn nó vào những đường thẳng thẳng đứng như thấy rõ trên hình vẽ. Đường bao quanh bóng đổ cần tìm là $AA_bD_bC(A_1A_{1b}D_{1b}C_{1b})$.

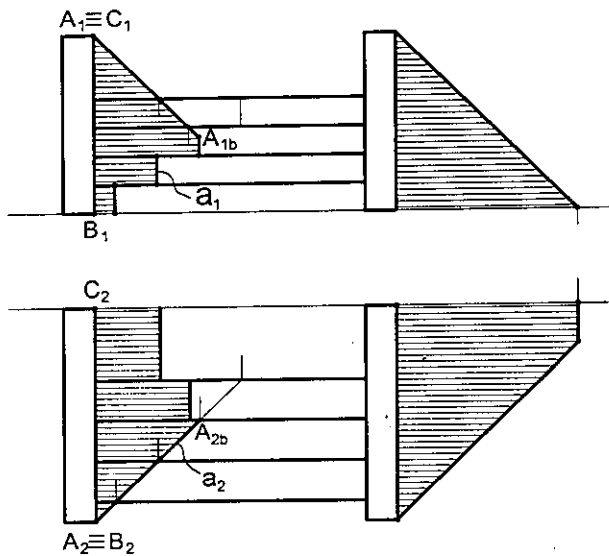


Hình III-17

Trên hình III-17, bóng bản thân và bóng đổ của cửa sổ có nắp lên mái được xác định tương tự như trên hình III-14. Riêng điểm D thuộc mặt phẳng mái nên bóng D_b trùng với nó. Ta có đường bao quanh bóng đổ cần tìm trên mái là $E_bK_bB_bC_bD_b$.

3. Bóng ở các bậc thêm

Bóng ở các bậc thêm là bóng của tường chắn bên trái (người xem) đổ lên mặt đứng và mặt bằng của các bậc và của tường chắn bên phải (người xem) đổ lên mặt chính ngôi nhà và mặt đất trước nhà.

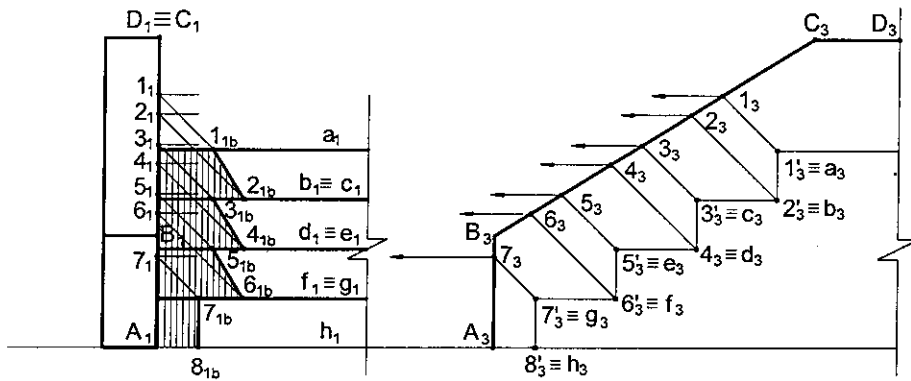


Hình III-18

Trên hình III-18 trình bày cách vẽ bóng ở các bậc thềm có tường chắn dạng đơn giản (hình hộp). Ở đây các cạnh bao quanh bóng bản thân của tường chắn bên trái là cạnh thẳng đứng AB và cạnh AC thẳng góc với mặt phẳng P_1 . Bóng đổ của các cạnh này lên bậc thềm là những đoạn thẳng nằm trên giao tuyến của mặt bậc thềm với các mặt phẳng tia sáng chứa từng cạnh ấy. Gọi a (a_1, a_2) là giao tuyến giữa các mặt bậc thềm với mặt phẳng tia sáng chứa cạnh AB. Bóng A_b (A_{1b}, A_{2b}) là giao điểm của a và tia sáng đi qua điểm A.

Trên hình chiếu đứng, bóng đổ cần tìm của cạnh AB trùng với đường gãy a_1 và điểm cuối là điểm A_{1b} . Bóng đổ của cạnh AC được suy ra bằng cách tương tự.

Bóng của tường chắn bên phải thấy rõ trên hình vẽ.



Hình III-19

Trên hình III-19, trình bày cách vẽ bóng của một bậc thềm có tường chắn vát góc, cho bởi hình chiếu đứng và hình chiếu cạnh.

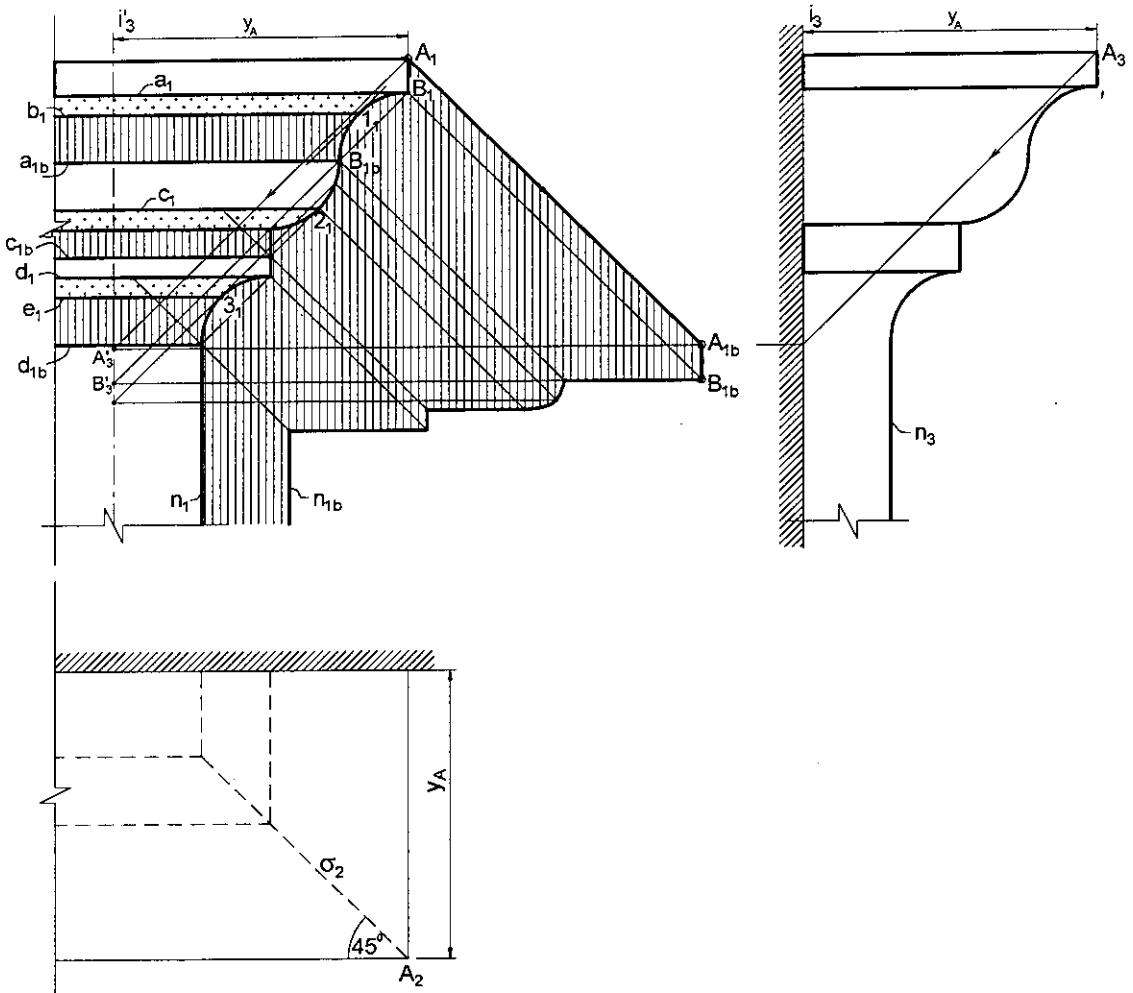
Các cạnh bao quanh bóng bản thân của tường chắn bên trái là AB, BC và CD. Dĩ nhiên, đường bao quanh bóng đổ trên các bậc thềm $1_b, 2_b, 3_b, 4_b, 5_b, 6_b, 7_b, 8_b$ có hình chiếu cạnh trùng với hình chiếu cạnh các bậc thềm $a_3, b_3, c_3, d_3, e_3, f_3, g_3, h_3$. Từ nhận xét đó, ta suy ra hình chiếu đứng đường bao quanh bóng đổ bằng cách dùng các tia ngược. Ví dụ, muốn vẽ điểm bóng 1_b , ta vẽ qua điểm $1'_3 \equiv a_3$ một tia ngược có hình chiếu cạnh cắt C_3B_3 tại điểm 1_3 . Bằng liên hệ đồng ngang ta suy ra điểm 1_1 trên C_1D_1 và qua điểm này vẽ hình chiếu đứng tia sáng cắt cạnh a_1 tương ứng tại điểm 1_b . Các điểm $2_b, 3_b, 4_b, 5_b, 6_b, 7_b, 8_b$ được vẽ tương tự.

4. Bóng của mái đua

Mái đua thường được tạo nên bởi các phần mặt trụ và lăng trụ. Do tính đối xứng của góc mái đua đối với mặt phẳng tia sáng người ta có thể dựa vào hình chiếu đứng của góc mái đua để vẽ đường bao quanh bóng bản thân và đường bao quanh bóng đổ của mái đua.

Trên hình III-20 trình bày cách vẽ bóng của góc mái đua có hình chiếu đứng là n_1 . Các dải bóng bản thân được giới hạn bởi các cạnh của mái đua và các đường sinh tiếp xúc

của các mặt trụ của mái đua với mặt phẳng tia sáng. Trên hình vẽ, đó là các dải giới hạn bởi các đường thẳng a, b, c, d, e. Các đường b, c, e lần lượt đi qua các điểm 1, 2, 3 của đường n mà hình chiếu đứng 1₁, 2₁, 3₁ của chúng là các tiếp điểm của n₁ với những đường thẳng song song với hình chiếu cạnh của tia sáng.

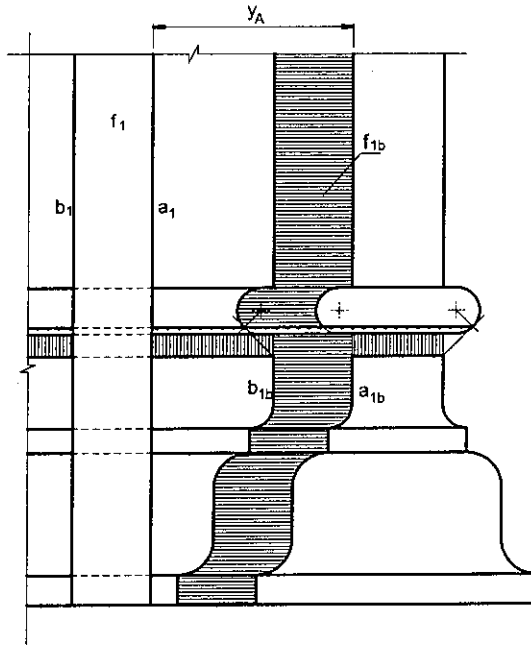


Hình III -20

Bóng đổ của những đường sinh a(a₁), c(c₁) và d(d₁) lên mái đua dễ dàng xác định như thấy rõ trên hình vẽ. Chẳng hạn, để vẽ bóng đổ của cạnh a(a₁) ta vẽ qua B₁ = a₁ ∩ n₁ đường thẳng song song với hình chiếu cạnh tia sáng, tới cắt đường n₁ tại điểm B_{1b}. Đường thẳng a_{1b} đi qua B_{1b} và song song với a₁ là hình chiếu đứng của bóng đổ của cạnh a lên mặt chính mái đua. Cuối cùng ta vẽ bóng đổ của mái đua lên tường phía sau (song song với mặt phẳng P₁). Giả sử n₃ và i₃ lần lượt là hình chiếu cạnh của giao tuyến giữa mặt phẳng tia sáng chiếu bằng σ(σ₂) với mái đua và mặt tường phía sau. Ta thấy rằng, khoảng cách của điểm A₃ của đường n₃ đến đường i₃ bằng độ xa của điểm ấy là y_A. Do đó, nếu chấp hình chiếu cạnh và

hình chiếu đứng của đường n với nhau thì hình chiếu cạnh của đường i sẽ là đường thẳng đứng i'_3 cách điểm A_1 một khoảng bằng độ xa y_A .

Từ đó, suy ra cách vẽ bóng đổ của điểm A của mác đua như sau: qua điểm A_1 vẽ hình chiếu cạnh $A_1A'_3$ và hình chiếu đứng A_1A_{1b} của tia sáng đi qua điểm A . Hình chiếu đứng tia sáng này cắt đường thẳng nằm ngang đi qua A'_3 tại điểm A_{1b} cần tìm. Cách vẽ những điểm khác được làm tương tự.



Hình III-21

Trên hình III-21 vẽ bóng của một bề tường và bóng đổ của tấm phẳng thẳng đứng lên bề tường. Bóng bản thân và bóng đổ do chính bề tường sinh ra trên bề tường được vẽ như hình III-20.

Đường bao quanh bóng đổ a_{1b} , b_{1b} của tấm phẳng F lên bề tường chính là giao tuyến của mặt bề tường với các mặt phẳng tia sáng chứa hai cạnh thẳng đứng a , b của tấm phẳng đó. Các đường a_{1b} , b_{1b} có hình dạng lặp lại hình dạng đường n_1 – profin của bề tường nhưng đối xứng qua một đường thẳng thẳng đứng. Trên hình vẽ, đường y_A là khoảng cách từ tấm phẳng F tới mặt tường phía trên.

5. Bóng của tấm nắp các cột

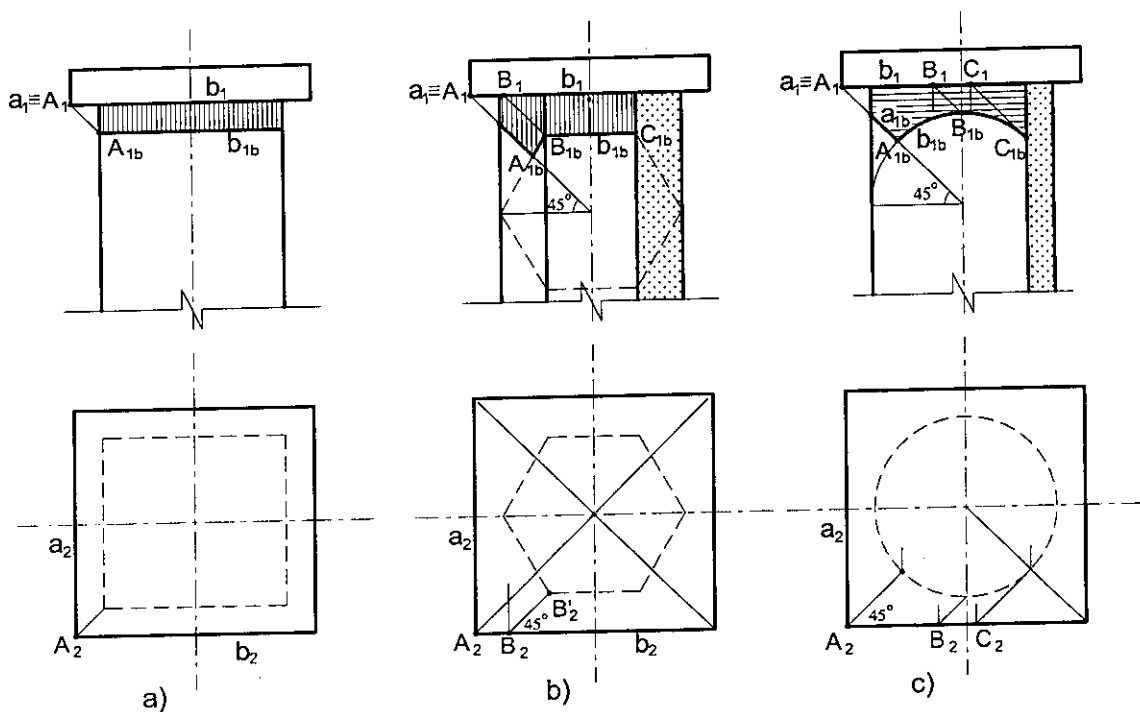
Trên các hình III-22, III-23, III-24, III-25 trình bày cách vẽ bóng của các cột có thân lần lượt là các mặt lăng trụ vuông, lăng trụ sáu cạnh đều, mặt trụ, mặt nón tròn xoay, mặt cầu và mặt xuyên với nắp cột là tấm hình vuông hay trụ thẳng đứng.

Cách vẽ bóng bản thân của các thân cột, đã biết ở trên hình III-11 và thấy rõ trên hình vẽ.

Ta chỉ xét cách vẽ bóng của nắp cột đổ lên thân cột.



Bóng đổ của nắp cột lên thân cột được giới hạn bởi bóng đổ của hai cạnh ở mặt dưới của nắp cột: cạnh a (ở bên trái) thẳng góc với mặt phẳng hình chiếu đứng và cạnh b (ở phía dưới) song song với trục x. Vì cạnh a thẳng góc với mặt phẳng hình chiếu đứng nên trên hình chiếu đứng, bóng đổ của cạnh a là a_{1b} đi qua điểm A và song song với hình chiếu đứng tia sáng (trên hình vẽ A là giao điểm của hai cạnh a, b). Do đó trong những trường hợp đã cho ta chỉ lưu ý đến bóng đổ của cạnh b đổ lên các thân cột.

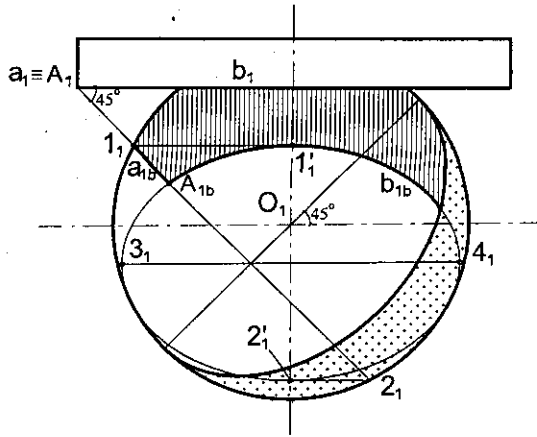


Hình III-22 a, b, c

Trên hình III-22a bóng đổ của cạnh b lên mặt trước thân cột là đoạn thẳng song song với nó và được vẽ như ở đầu ống khói trên hình III-14.

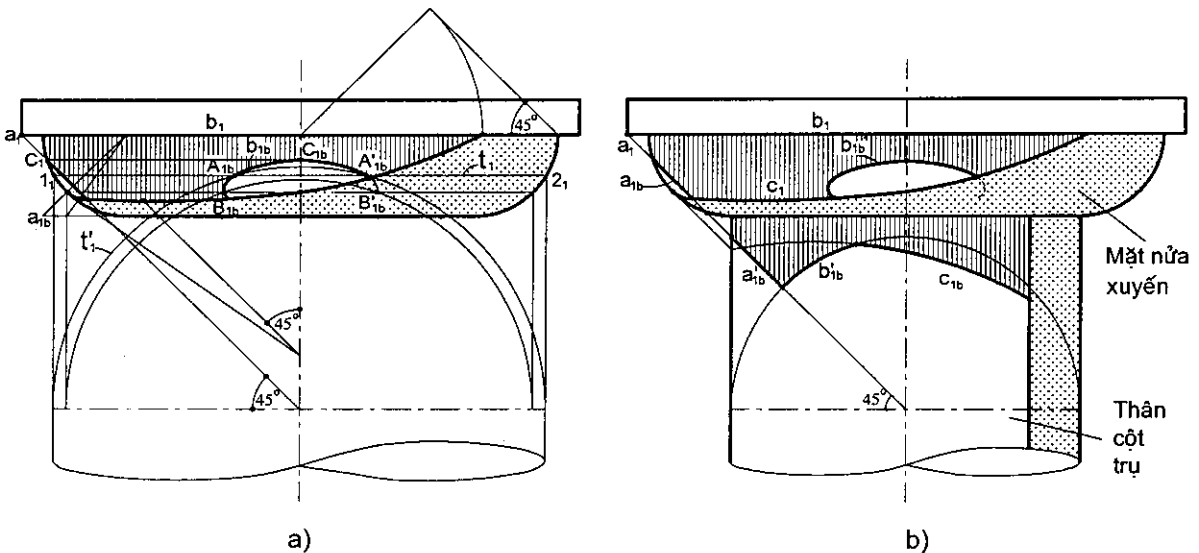
Trên hình III-22b, đoạn A_bB_b là bóng đổ của đoạn AB đổ lên mặt bên trái. Điểm B_{1b} được vẽ bằng phương pháp tia ngược. Xem điểm B'_2 là hình chiếu bằng của bóng đổ của điểm B thuộc cạnh b ($B_2B'_2$ song song với hình chiếu bằng tia sáng). Đường b song song với mặt phía trước của thân cột nên có bóng đổ lên mặt này là đường song song với nó và đi qua điểm B_{1b} nói trên. Trên hình III-22c bóng đổ của cạnh b có thể vẽ từng điểm (các điểm B_b, C_b) như đối với điểm B trên hình III-22b.

Người ta nhận xét rằng: Vì đường b song song với trục x và vì thân trụ tròn xoay là thẳng đứng nên đường $A_{1b}B_{1b}C_{1b}$ là một cung tròn có bán kính bằng bán kính vòng tròn đáy trụ, tâm là giao điểm của hình chiếu đứng của trục mặt trụ và hình chiếu đứng của tia sáng đi qua điểm A_1 . Cũng lý do đó, ta có nhận xét đường bóng gãy $A_{1b}B_{1b}C_{1b}$ trên hình III-22b là một phần của hình lục giác đều tịnh tiến từ đáy hình chiếu bằng lên.



Hình III-24

Trên hình III-25a, hình chiếu đứng bóng đổ của b là b_{1b} được vẽ từng điểm. Trên hình đó thể hiện cách vẽ hai điểm A_{1b} , A'_{1b} trên đường tròn $t(t_1)$ mà hình chiếu đứng là đoạn thẳng $1_1, 2_1$ như sau: Ta tưởng tượng có một cột mới mà thân là mặt trụ thẳng đứng, tiết diện ngang là vòng tròn t và đầu cột là tám hình vuông đã cho. Hình chiếu đứng của bóng của cạnh b đổ lên mặt trụ này là vòng tròn t'_1 như đã nhận xét đối với trường hợp trên hình III-22c. Đường t'_1 cắt đoạn $1_1, 2_1$ tại hai điểm A_{1b} , A'_{1b} cần tìm. Các điểm khác như B_{1b} , B'_{1b} được vẽ tương tự. Điểm C_{1b} suy trực tiếp từ điểm C_1 .

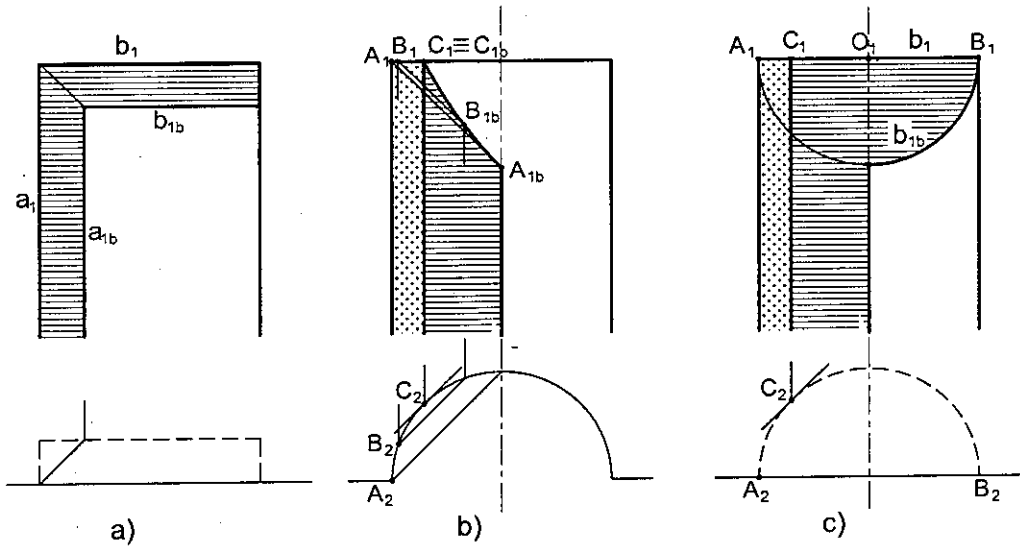


Hình III-25

Trên hình 3-25b, bóng đổ a_{1b} và b_{1b} của a , b lên mặt nửa xuyên được vẽ như hình III-25a. Bóng đổ c_{1b} của đường cong c lên thân cột trụ t được vẽ bằng phương pháp tia ngược (xem hình III-22d).

6. Bóng trên các hõm tường

Trong các trang trí kiến trúc, thường có các hõm tường. Trên các hình dưới đây vẽ bóng trên hình chiếu đứng của các hõm tường thường gặp.



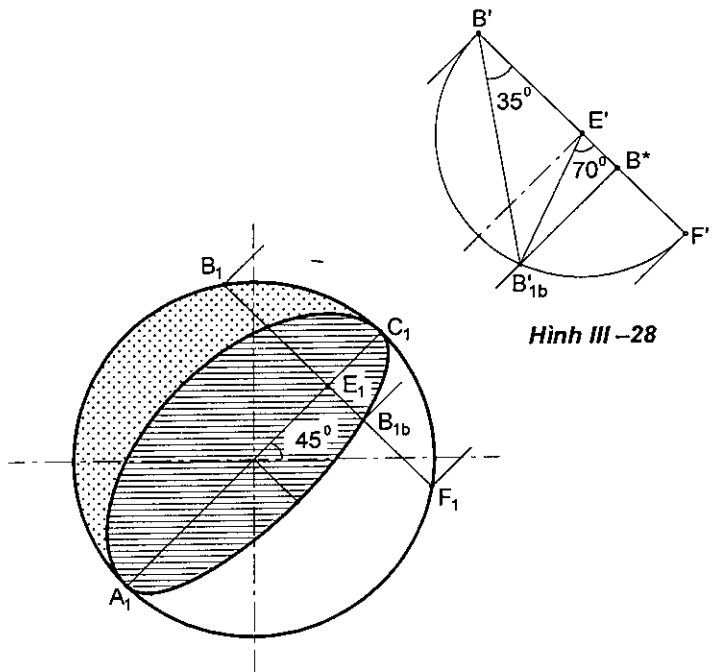
Hình III-26

Trên hình III-26a vẽ bóng của hõm tường hình hộp. Vì các cạnh a, b đều song song với mặt tường phía sau nên a_{1b}, b_{1b} lần lượt song song với a_1, b_1 .

Trên hình III-26b vẽ bóng của hõm tường hình nửa trụ không có nắp. Bóng đổ của cung ABC là cung $A_bB_bC_b$ được vẽ từng điểm và thấy rõ trên hình vẽ.

Trên hình III-26c, vẽ bóng của hõm tường hình nửa trụ có nắp. Hình chiếu đứng của bóng đổ của đường kính AB lên hõm tường là một phần tư đường tròn b_{1b} , tâm O_1 , đường kính A_1B_1 .

Trên hình III-27 vẽ bóng của hõm tường hình nửa cầu có đáy nằm trên mặt tường. Để dễ dàng thấy nửa elip bóng đổ cần vẽ $A_1B_1C_1$ là bóng đổ của nửa vòng tròn ABC , ở đáy



Hình III-27

Hình III-28

A_1, C_1 là các tiếp điểm của vòng tròn đáy với hình chiếu đứng tia sáng. Các điểm khác của cung bóng đổ được vẽ từng điểm tương tự như cách vẽ điểm B_{1b} (bóng đổ của B) như sau: Từ B_1 vẽ tia 45° tới cắt A_1C_1 tại E_1 , cuối cùng lấy đoạn $E_1B_{1b} = \frac{1}{3}E_1B_1$. Điều đó suy từ hình chập của tiết diện của mặt nửa cầu với mặt phẳng tia sáng chiếu đứng đi qua điểm B (hình III-28). Tia $B'B'_{1b}$ là hình chập của tia sáng và góc $E'B'B'_{1b} = 35^\circ 15' 54''$, suy ra góc $B^*E'B'_{1b} \approx 70^\circ$, lấy tròn 70° nên $E_1B_{1b} = \frac{1}{3}E_1B_1$ (vì $E_1B_{1b} = E'B^*$).

Hình chiếu đứng bóng bản thân của hõm tường là một nửa elip.

Trên hình III-29 vẽ bóng của hõm tường hình nửa trụ mà hai đầu là những phần tư mặt cầu. Loại hõm tường này thường gặp trên các thân cột. Chỉ lưu ý vẽ đường bao quanh bóng đổ của mặt cầu lên mặt trụ ở đầu phía trên và của mặt trụ lên mặt cầu ở đầu phía dưới.

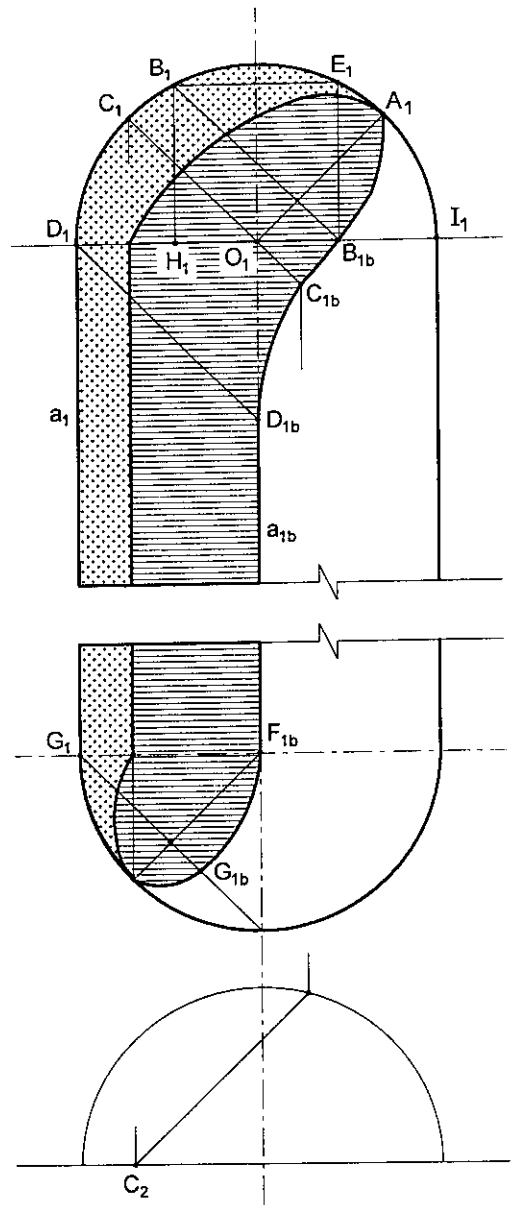
Cung đổ bóng của mặt cầu lên mặt trụ là cung BCD, ở đó B là điểm đổ bóng lên đường tiếp xúc (D_1I_1) của mặt cầu và mặt trụ ($R = O_1A_1$). Người ta thường lấy B_{1b} cách điểm O_1 một đoạn gần bằng $0,6R$. Điều ấy suy từ hình vuông ánh sáng $H_1B_1E_1B_{1b}$ nội tiếp trong nửa

vòng tròn DCI: $O_1B_{1b} = \frac{\sqrt{3}}{3}R$. Cung $B_{1b}C_{1b}D_{1b}$ được vẽ từng điểm như cách vẽ điểm C_{1b} trên hình III-29.

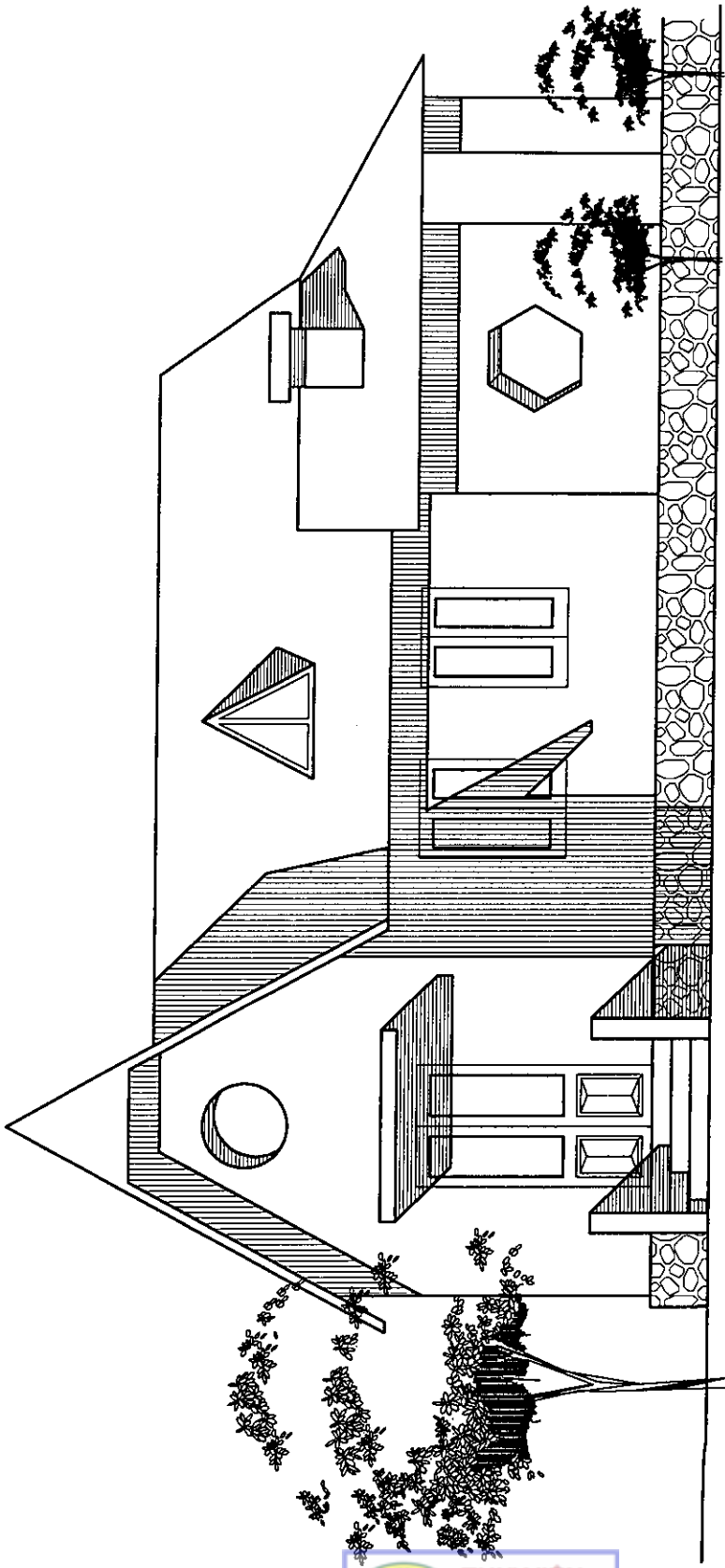
Đường đổ bóng của mặt trụ lên mặt cầu phía dưới là đường thẳng a. Bóng đổ của nó là cung elip F_bG_b được xác định như cách xác định giao tuyến của mặt cầu với mặt phẳng tia sáng chứa cạnh a.

Trên hình III-30 vẽ bóng trên mặt đứng của một ngôi nhà mái dốc với các chi tiết kiến trúc quen thuộc như ống khói, cửa sổ mái, lỗ tường, tấm che nắng, bậc thêm, cột...

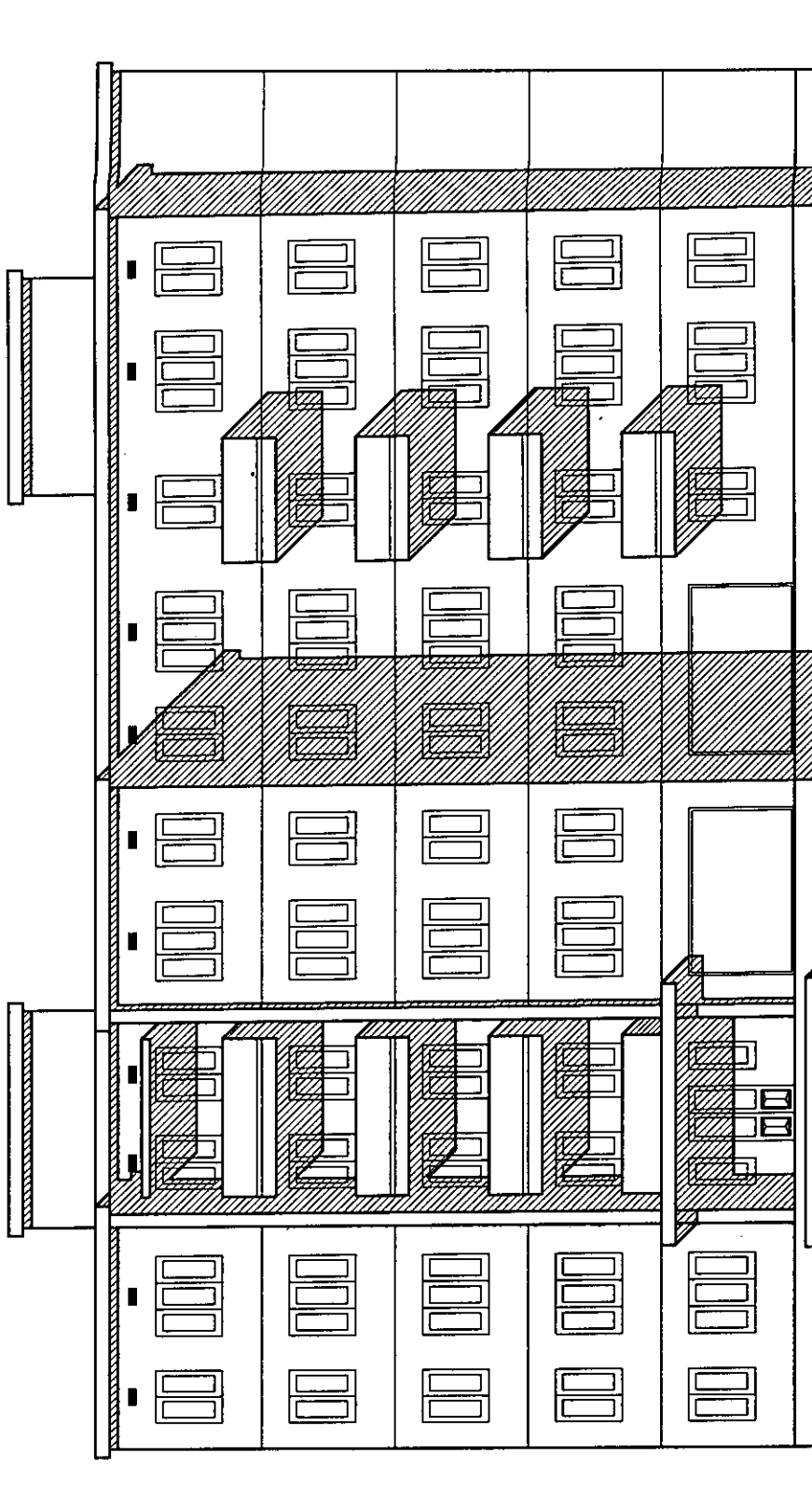
Trên hình III-31 vẽ bóng trên mặt đứng của một toà nhà cao tầng mái bằng có lô gia, ban công.



Hình III-29



Hình III - 30



Hình III -31

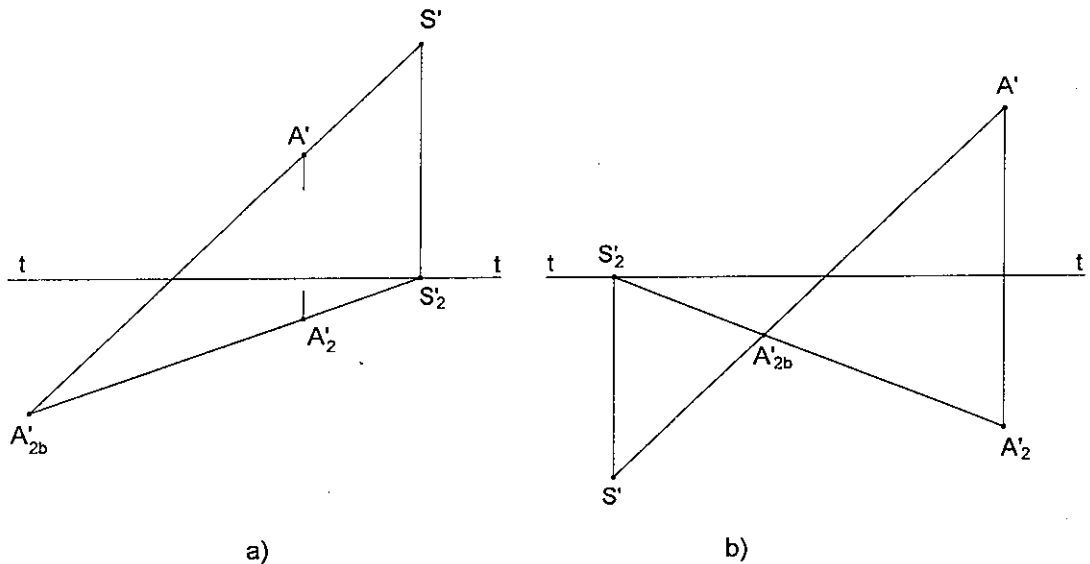
Chương 3

BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH

I- HƯỚNG TIA SÁNG

Trên hình chiếu phối cảnh người ta thường vẽ bóng trên mặt ngoài của công trình theo nguồn sáng là Mặt Trời và bóng bên trong nhà theo nguồn sáng là Ngọn Đèn (tức ngọn đuốc). Cũng như quy ước về nguồn sáng và tia sáng trong trường hợp chung, hình chiếu phối cảnh của nguồn sáng là một điểm, của tia sáng là đường thẳng.

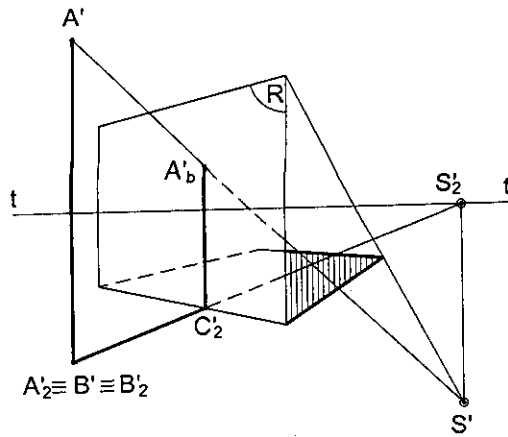
Như ta đã thấy, việc vẽ bóng khi nguồn sáng là Mặt Trời hay nguồn sáng là Ngọn Đèn (ngọn đuốc) không có gì khác nhau.



Hình III-32

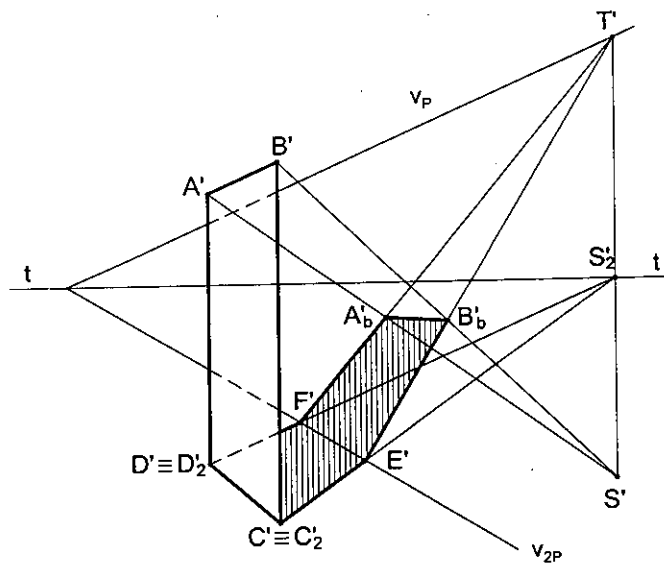
Khi ta quan sát các công trình, Mặt Trời có thể ở phía trước hay phía sau người nhìn. Trên hình III-32a vị trí điểm S' biểu diễn vị trí của Mặt Trời ở phía trước người nhìn và trên hình III-32b biểu diễn vị trí của Mặt Trời ở phía sau người nhìn.

Hình III-32a cũng vẽ hình chiếu phối cảnh của tia sáng đi qua điểm A và bóng đổ của A lên trên mặt phẳng vật thể – điểm A'_2b.



Hình III-33

Hình III-32a vẽ bóng của một đoạn thẳng thẳng đứng AB đổ xuống đất và lên mặt phẳng thẳng đứng R. Nguồn sáng ở phía sau người nhìn. Đoạn gãy khúc $A'_2C'_2A'_b$ – bóng đổ cần tìm, là giao tuyến của mặt phẳng tia sáng chứa AB với mặt phẳng R và với mặt đất.

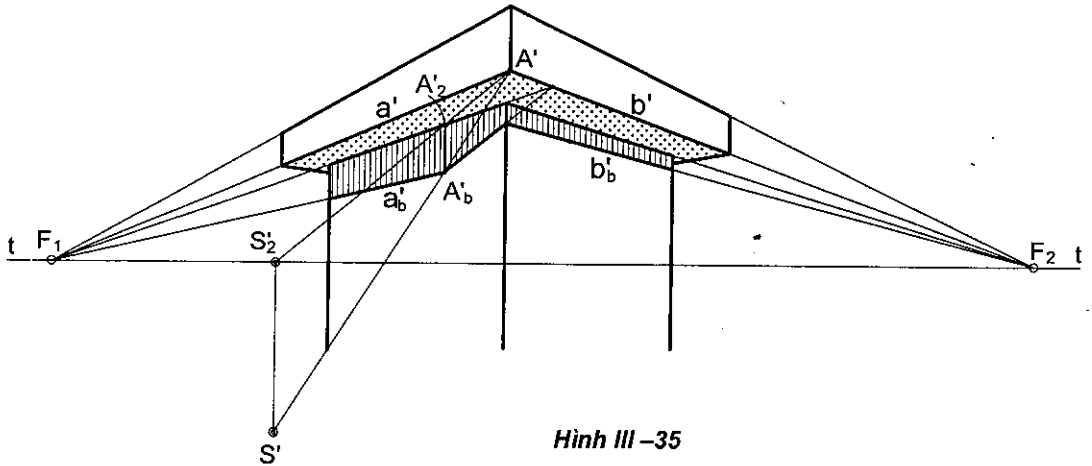


Hình III-34

Trên hình III-34 vẽ bóng đổ xuống đất và lên mặt phẳng P của miếng phẳng ABCD. Mặt phẳng P cho bởi đường tụ v_p và vết bằng v_{2p} . Các đường thẳng ET và FT lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng P với các mặt phẳng tia sáng qua BC và AD.

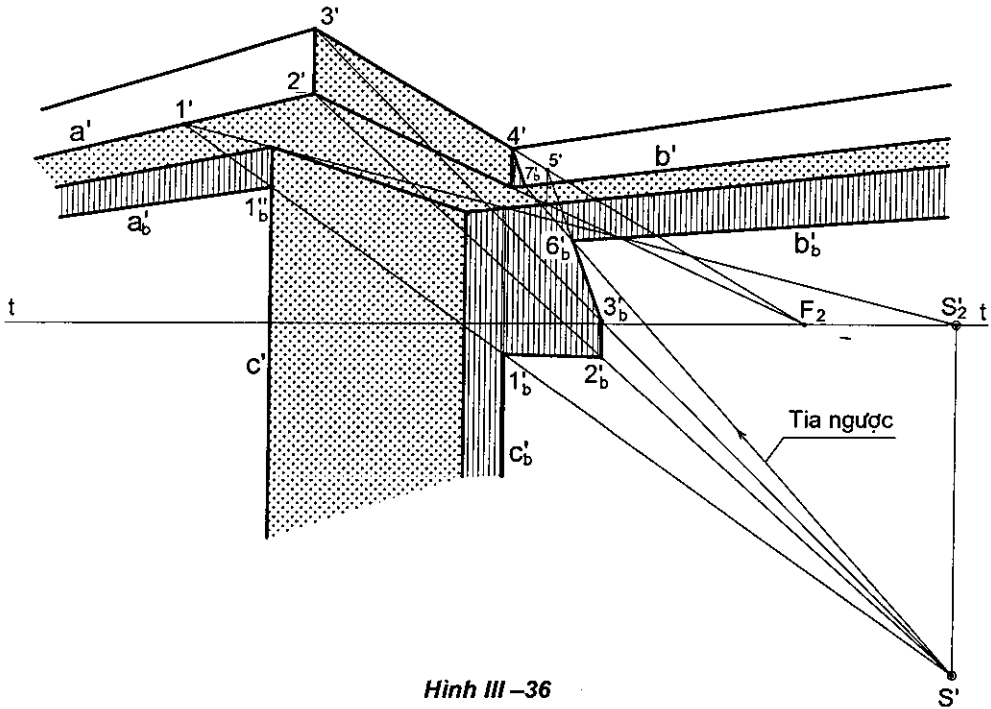
Qua các ví dụ trên, ta thấy thực chất việc vẽ bóng trên hình chiếu phối cảnh cũng là việc giải các bài toán về giao điểm, giao tuyến của đường thẳng, mặt phẳng trong hình chiếu phối cảnh.

II- BÓNG CỦA MỘT SỐ CHI TIẾT KIẾN TRÚC



Hình III-35

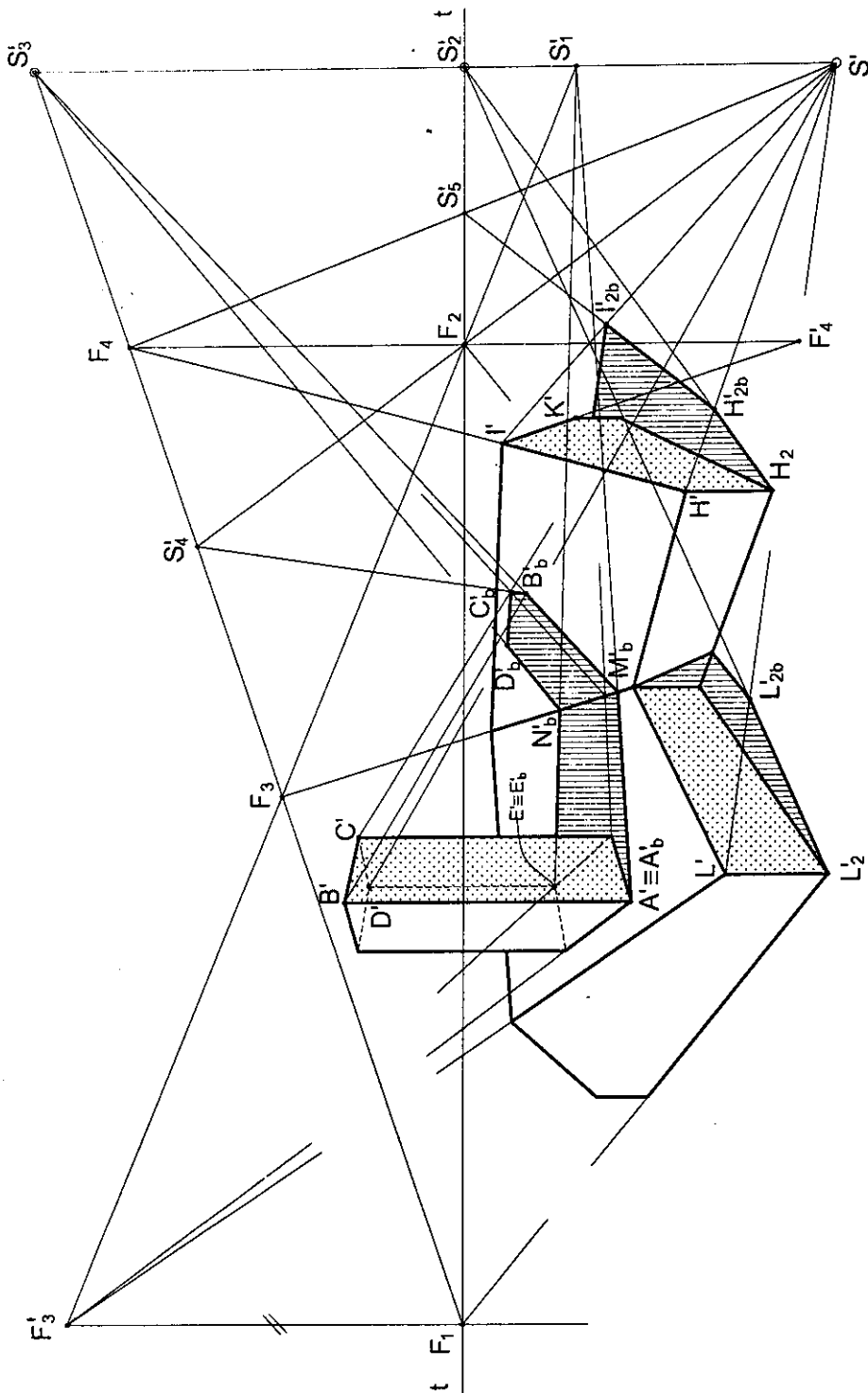
Trên hình III-35 vẽ bóng đầu cột mà thân cột và nắp cột đều là hình hộp. Nguồn sáng là $S (S', S'_2)$. Bóng A'_b của điểm A' đổ lên mặt thân cột được vẽ như sau: Mặt phẳng tia sáng chiếu bằng đi qua điểm A' cắt mặt dưới của nắp cột theo đường thẳng $A'A'_2$ và cắt mặt thân cột theo đường thẳng thẳng đứng $A'_2A'_b$. Giao điểm của đường này với tia sáng qua A' cho ta điểm A'_b cần tìm. Từ điểm A'_b suy ra bóng đổ của các cạnh a', b' của đầu cột lên các mặt phân cột. Vì các cạnh a', b' song song với mặt thân cột tương ứng nên a'_b, b'_b lần lượt đi qua điểm tụ của a' và b' .



Hình III-36

Trên hình III-36 vẽ bóng đổ của một mái đua, nguồn sáng là $S (S', S'_2)$. Các cạnh $a(a'), b(b')$ có bóng đổ $a_b(a'_b), b_b(b'_b)$ được vẽ tương tự như cách vẽ a'_b, b'_b trên hình III-35, c'_b là bóng của cạnh thẳng đứng c lên mặt tường bên phải.

Bóng đổ của góc mái đua lên mặt tường bên phải được giới hạn bởi bóng đổ của đoạn 12 (1'2'), 23 (2'3') và 34 (3'4'). Trên hình vẽ các đoạn ấy là $1'_b2'_b$ (1_b2_b) – có cùng điểm tụ với b_b , đoạn thẳng đứng $2'_b3'_b$ (2_b3_b) – và $3'_b6'_b$ (3_b6_b) đi qua điểm $S'(5)$ là giao điểm của cạnh 3'4' với mặt tường bên phải. Điểm $6'_b$ là giao điểm của đường $b'_b(b_b)$ với $5'3'_b(53_b)$. Điểm $7'_b \in b'$ được xác định nhờ tia ngược $S'6'_b$.



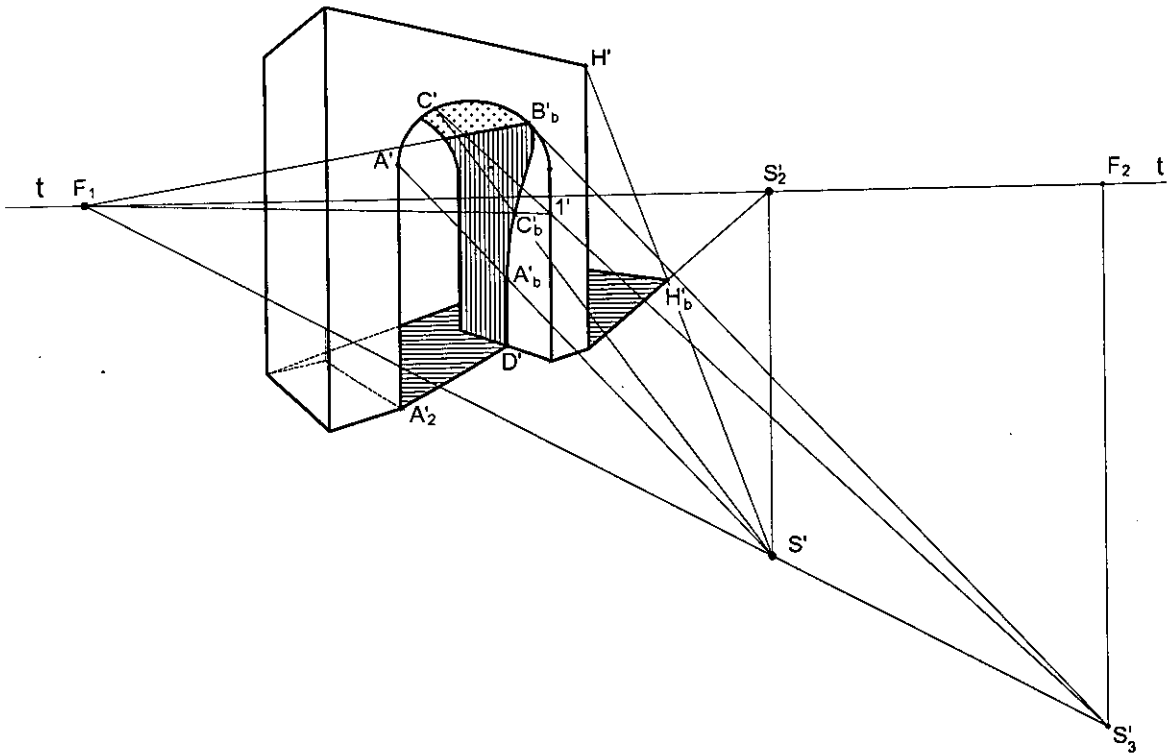
Hình III-37

Trên hình III-38 trình bày cách vẽ bóng trên các bậc thềm theo nguồn sáng $S(S', S_2)$ ở phía trước người nhìn.

Cách vẽ bóng đổ xuống đất của tường chắn và của bậc thềm, thấy rõ trên hình vẽ.

Để vẽ bóng đổ của cạnh a của tường chắn lên các mặt bậc thềm ta xác định các điểm $D_{2b}, 1, 2, 3$ nằm trên giao tuyến của mặt phẳng tia sáng α chứa cạnh a và mặt phẳng σ chứa các mép trên của các bậc thềm. Điểm F_4 là giao điểm của các đường tụ F_1F_3 và $S'F_2$ lần lượt của σ và α . Điểm D'_{2b} là giao điểm của các vết bằng của σ và α . Từ các điểm $D'_{2b}, 1' 2' 3'$ dễ dàng suy ra bóng của a đổ lên các mặt bằng của bậc thềm.

Cách vẽ bóng đổ $b'_{2b}, c'_{2b}, d'_{2b}...$ của các cạnh b', c', d' thấy rõ trên hình vẽ.



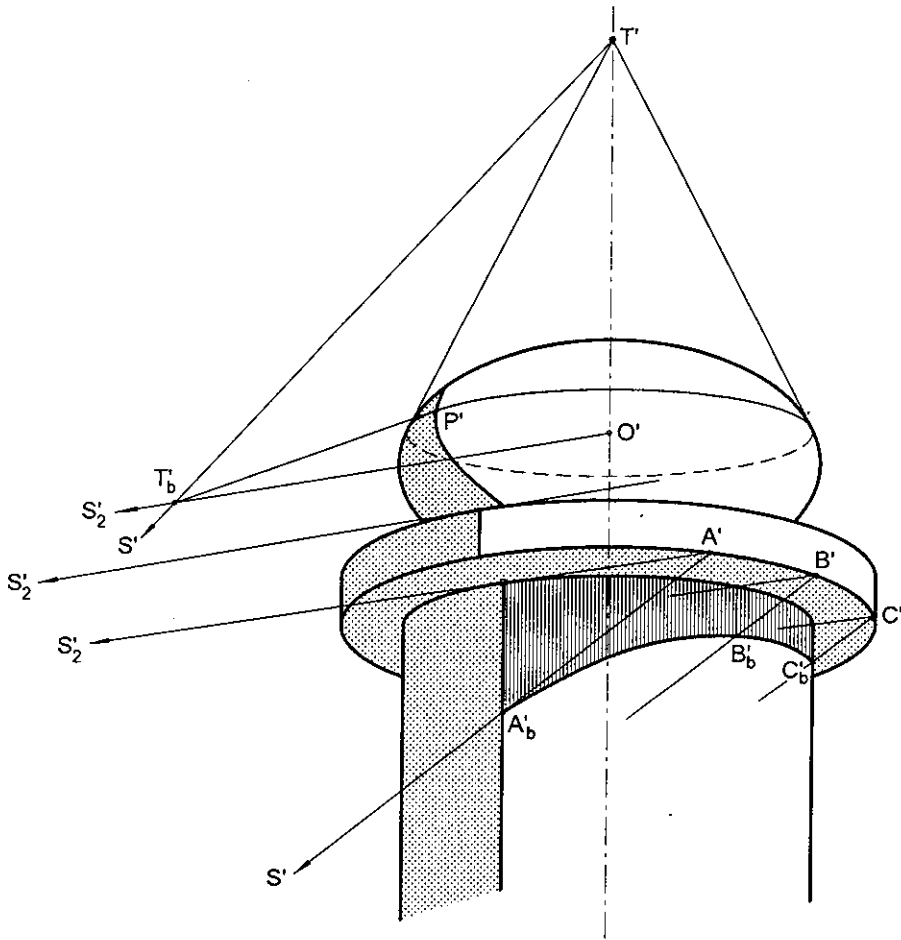
Hình III-39

Trên hình III-39 trình bày cách vẽ bóng trên cổng vòm trụ. Nguồn sáng là $S(S', S_2)$. Ta chỉ chú ý đến việc vẽ đường bao quanh bóng đổ lên phía trong của cổng.

Cách vẽ bóng đổ của cạnh thẳng đứng AA_2 là $A'_2D'A'_b$ được thể hiện rõ trên hình vẽ. Đường sinh giới hạn bóng bản thân của vòm trụ là đường sinh qua điểm $B'_b(B)$. Đó là đường tiếp xúc của vòm trụ với mặt phẳng tia sáng tiếp xúc. Muốn xác định điểm B'_b ta vẽ giao tuyến của tường phía trước (chứa đáy trụ) với mặt phẳng tia sáng tiếp xúc nói trên. Giao tuyến này sẽ tiếp xúc với đáy trụ tại điểm $B'_b(B)$ muốn tìm. Do đó từ S'_3 , giao điểm

của đường tụ S'_3F_2 của mặt tường phía trước với đường tụ S'_3F_1 của mặt phẳng tia sáng tiếp xúc, vẽ tiếp tuyến $S'_3B'_b$ với phối cảnh của vòng tròn đáy trụ ta sẽ được tiếp điểm $B'_b(B)$.

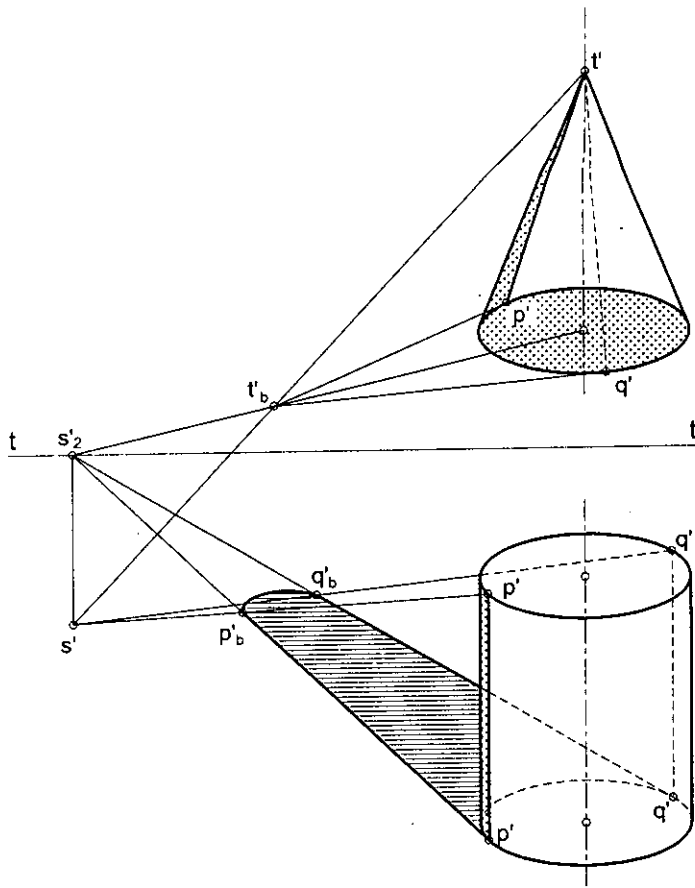
Bóng đổ của cung $A'C'B'$ là cung $A'_bC'_bB'_b$ được vẽ từng điểm như điểm C'_b . Đó là giao điểm của mặt vòm cổng với tia sáng qua điểm $C(C')$ được xác định nhờ mặt phẳng tia sáng chứa đường sinh qua $C(C')$ và cắt mặt trong của cổng theo đường sinh $1'F_1$.



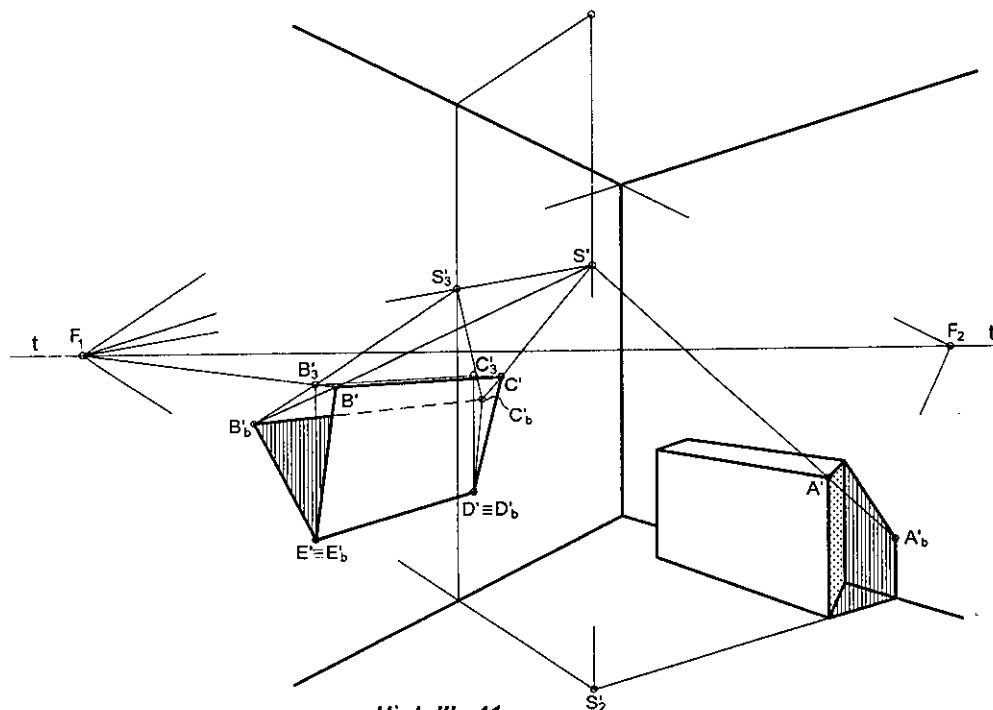
Hình III – 40 a

Trên hình III-40a trình bày cách vẽ bóng trên một mặt tròn xoay có trục thẳng đứng. Đường bao quanh bóng bản thân được vẽ theo phương pháp mặt nón, trụ tiếp xúc. Hình III-40b chỉ rõ cách xác định đường bao quanh bóng bản thân của nón, trụ tròn xoay thẳng đứng (xem hình III-12a).

Đường bao quanh bóng đổ $A_bB_bC_b$ của nắp cột đổ lên thân cột hình trụ được vẽ từng điểm (xem hình III-22d).



Hình III - 40 b



Hình III - 41

Để làm ví dụ về cách vẽ bóng theo nguồn sáng là Ngọn Đèn, hình III-41 trình bày cách vẽ bóng trong một gian phòng. Ở đó có các điểm F_1, F_2 là các điểm tụ của các cạnh nằm ngang của hai mặt tường, S' là hình chiếu phối cảnh ngọn đèn, S'_2 và S'_3 là phối cảnh của hình chiếu thẳng góc của ngọn đèn S lần lượt lên mặt đất và mặt tường bên trái (người xem).

Cách vẽ đường bao quanh bóng đổ của tủ (bên phải) thấy rõ trên hình III-41.

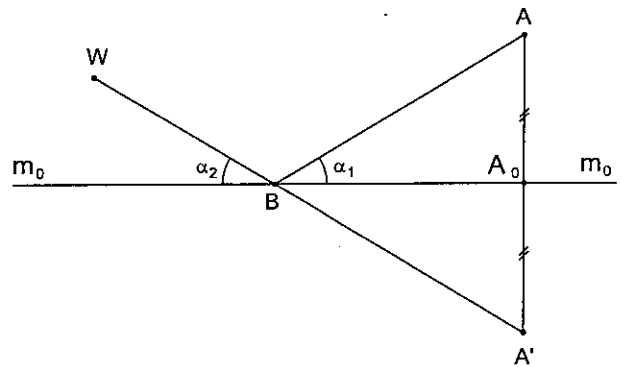
Để vẽ bóng đổ của gương BCDE lên mặt tường bên trái, ta chỉ cần vẽ bóng đổ của hai điểm B', C' là B'_b, C'_b . Gọi B'_3, C'_3 là hình chiếu thẳng góc của B', C' lên mặt tường, ta có $B'_b = S'B' \times S'_3B'_3$. Theo B'_b suy ra C'_b , biết rằng C'_b thuộc $S'_3C'_3$ và $B'_bC'_b$ đi qua F_2 vì BC song song với chân tường.

III- HÌNH PHẢN CHIẾU TRONG NƯỚC, TRONG GƯƠNG

Trong một số trường hợp để hình vẽ phối cảnh các công trình hoàn toàn giống như trong thực tế, ngoài việc vẽ bóng, người ta còn vẽ hình phản chiếu của các công trình trong nước hay trong gương.

Việc vẽ hình phản chiếu này dựa trên quy luật phản xạ của ánh sáng sau đây:

Giả sử mặt nước được biểu diễn bằng đường thẳng m_0m_0 (hình III-42), với A là một điểm không gian và W là vị trí mắt người quan sát. Tia sáng qua A gặp mặt nước ở B và phản xạ theo tia BW sao cho các góc $\alpha_1 = \alpha_2$. Do đó, người quan sát thấy A ở điểm A' đối xứng với A qua mặt nước ($AA_0 = A_0A'$).



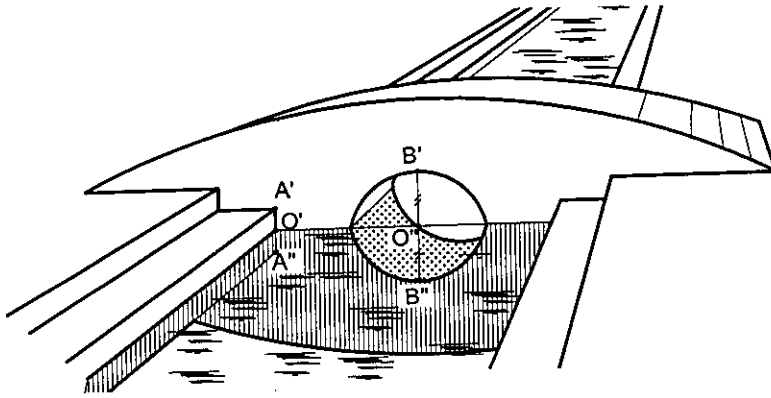
Hình III-42

Vậy việc vẽ hình phản chiếu trong nước, trong gương của công trình chính là việc vẽ hình đối xứng qua mặt nước, mặt gương của công trình ấy.

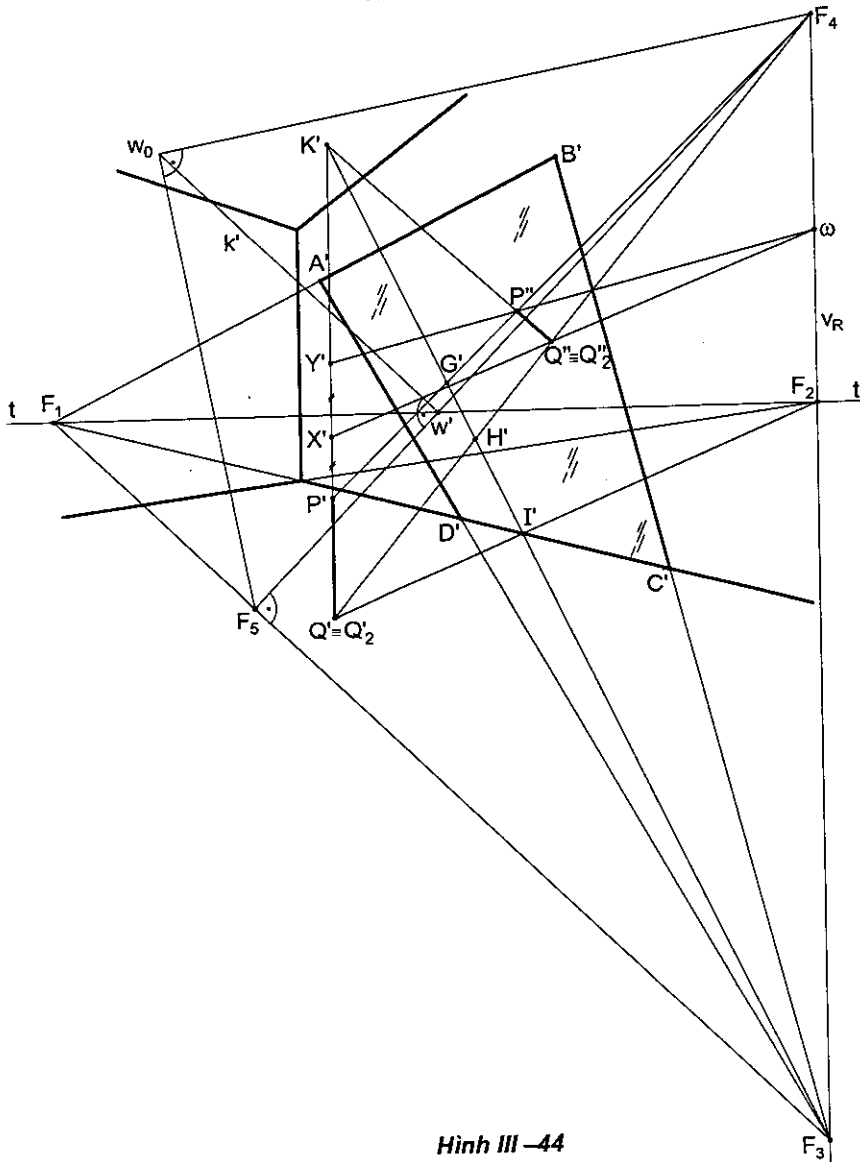
Trên hình III-43 vẽ hình chiếu phối cảnh của một cái cầu cong và hình phản chiếu của nó trong nước.

Mặt nước đi qua điểm O' ở bờ kè. Trên hình, chỉ rõ cách tìm hình phản chiếu A' của điểm A . Hình phản chiếu các điểm khác của công trình được vẽ tương tự.

Chú ý: Các cạnh thẳng đứng có hình phản chiếu là các đường thẳng thẳng đứng tương ứng trùng nhau. Các đường thẳng song song với mặt nước sẽ có hình phản chiếu là các đường thẳng song song với chính nó. Trên hình chiếu phối cảnh, chúng có chung một điểm tụ.



Hình III-43

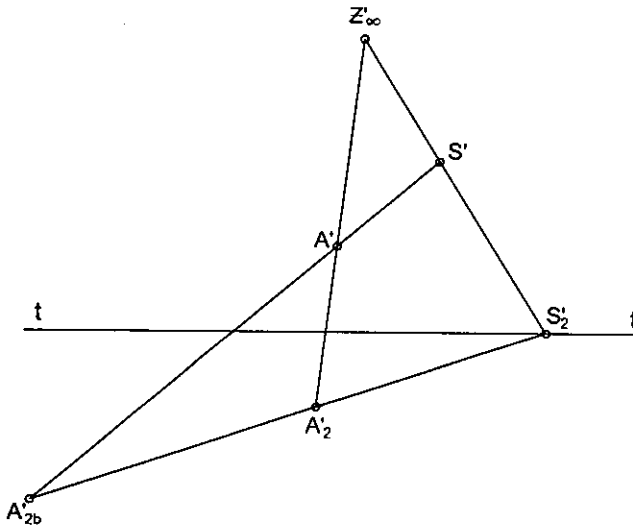


Hình III-44

Trên hình III-44 trình bày cách vẽ hình phản chiếu trong gương A'B'C'D' của đoạn thẳng thẳng đứng P'Q'. Các điểm phản chiếu của P' và Q' là P'' và Q'' được vẽ như sau: Gọi F₄ là điểm tụ của đường thẳng vuông góc với mặt phẳng gương, IK (I'K') là giao tuyến của mặt phẳng gương với mặt phẳng R vẽ qua PQ và vuông góc với mặt phẳng gương (I'K' đi qua điểm tụ F₃ của các cạnh nghiêng của gương), G, H là giao điểm của IK với những đường thẳng vẽ qua P, Q và vuông góc với mặt phẳng gương. Lấy trên đường thẳng PQ (song song với đường tụ v_R) của mặt phẳng R hai điểm X, Y (X', Y') sao cho PX = XY (P'X' = X'Y'). Đường thẳng vẽ qua Y và song song với XG, trên phối cảnh nó đi qua điểm tụ ω trên v_R, sẽ cắt đường thẳng P'G' ở điểm P'' và đường thẳng K'P'' cắt Q'H' ở Q'' muốn tìm.

IV- BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH TRÊN MẶT TRANH NGHIÊNG

Cũng như trong trường hợp mặt tranh thẳng đứng, bóng trên hình chiếu phối cảnh trên mặt tranh nghiêng được vẽ với nguồn sáng là Mặt Trời hay ngọn đèn (ngọn đuốc). Khi nguồn sáng là mặt trời S, hình chiếu S'₂ sẽ là một điểm thuộc đường tt, và khi nguồn sáng là ngọn đèn (ngọn đuốc), hình chiếu S'₂ sẽ là một điểm không thuộc tt.



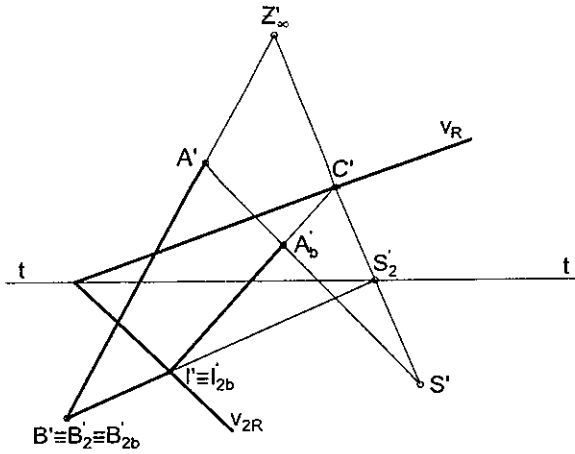
Hình III-45

$$S'_2 = tt \cap Z'_\infty S' \quad (\text{hình III - 45})$$

Bóng của điểm A đổ lên mặt vật thể là A_{2b}(A'_{2b}).

$$A'_{2b} = S'A' \cap S'_2 A'_2$$

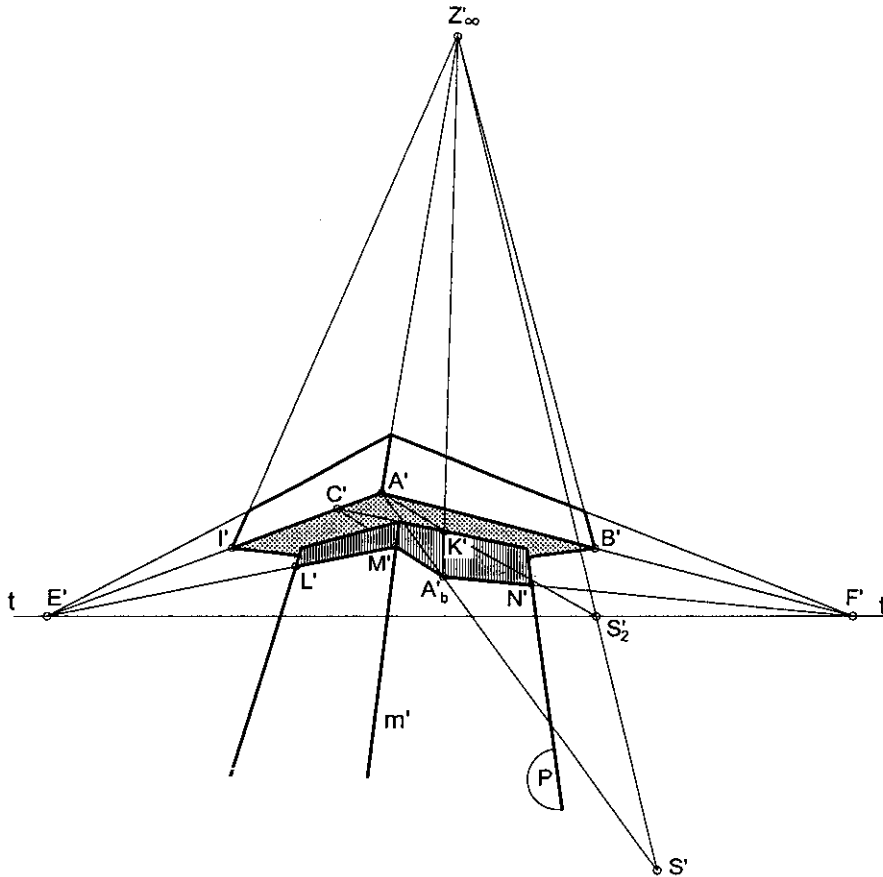
Hình III-46 trình bày cách vẽ bóng của đoạn thẳng thẳng đứng AB đổ lên mặt phẳng vật thể γ và lên mặt phẳng R cho bởi đường tụ v_R và vết bằng v_{2R}.



Hình III-46

Phần bóng của AB đổ lên mặt phẳng vật thể γ là BI thuộc giao tuyến của γ với mặt phẳng tia sáng SAB.

Điểm $I'_{2b} \equiv I'$ là điểm bóng gãy. Phần bóng của AB đổ lên mặt phẳng R là $I_{2b}A_b$ ($I'_{2b}A'_b$) thuộc giao tuyến của R với mặt phẳng SAB. Điểm C với $C' = v_R \cap Z'_\infty S'$ là một điểm của giao tuyến ấy.



Hình III-47

Trên hình III-47 vẽ bóng đổ của tấm mái bằng lên hai mặt tường của ngôi nhà (dạng hình hộp thẳng đứng).

Để dàng thấy rằng, mặt phẳng chiếu bằng chứa tia sáng đi qua A cắt mặt tường bên phải (người xem) – mặt tường P – theo đường thẳng đứng $Z'_{\infty}K'$ đi qua K. Từ đó, bóng đổ của A lên P là A'_b với

$$A'_b = A'_b F' \cap Z'_{\infty} K'$$

và bóng đổ của AB lên P là $A'_b N'$; $A'_b N'$ tụ về F' .

Mặt khác, gọi $C = AI \cap P$ và

$$M = CA_b \cap m$$

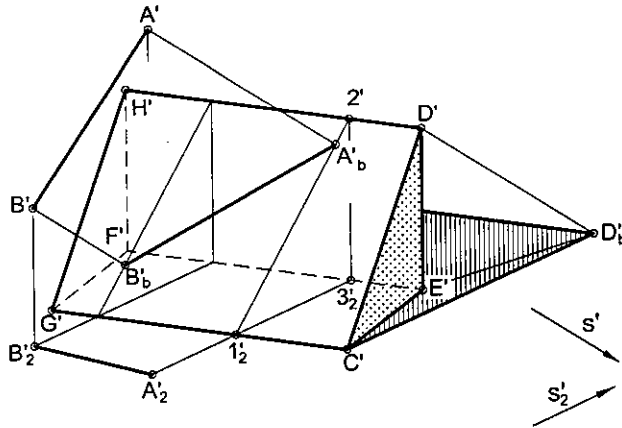
AI đổ bóng lên P theo $A_b M$ và đổ bóng lên mặt tường bên trái theo ML ; $M'L'$ tụ về E' .

Chương 4

BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU TRỰC ĐO

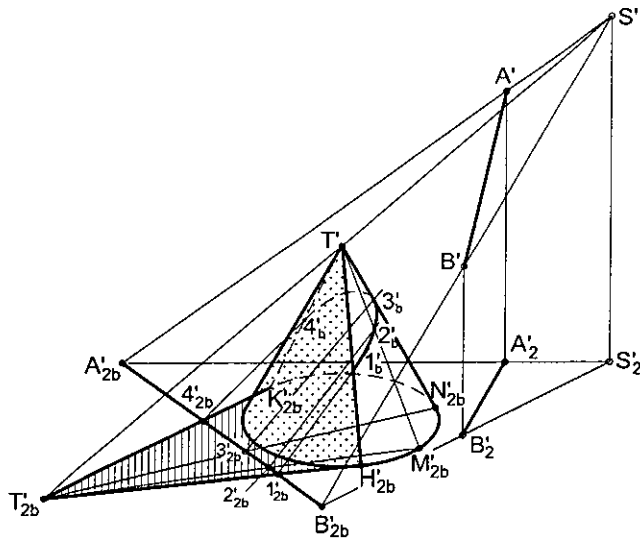
Khi vẽ bóng trên hình chiếu trực đo, vị trí nguồn sáng thường được chọn sao cho hợp với điều kiện thực tế. Các phương pháp và những điều chú ý để vẽ bóng đã nói ở mục III-1 đều được dùng để vẽ bóng lên trên hình chiếu trực đo.

Trên hình III-48 trình bày cách vẽ bóng của đoạn AB đổ lên mặt lăng trụ tam giác CDEGHF theo hướng tia sáng s, s_2 bằng phương pháp mặt phẳng tia sáng cắt. Mặt phẳng tia sáng thẳng đứng đi qua điểm A cắt mặt lăng trụ theo giao tuyến 1 2 3. Tia sáng qua điểm A cắt giao tuyến ấy tại điểm A_b là bóng của điểm A đổ lên mặt lăng trụ. Bóng đổ của điểm B được vẽ tương tự. Ta được $A_b B_b$ là bóng muốn vẽ.

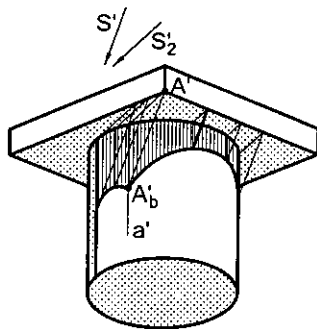


Hình III-48

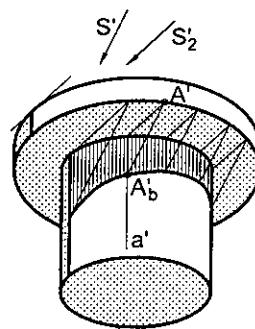
Trên hình III-49 trình bày cách vẽ bóng của đoạn thẳng AB đổ lên mặt nón đỉnh T, đáy nằm trong mặt phẳng hình chiếu bằng theo phương pháp tia ngược. Nguồn sáng là S. Mặt phẳng nhận bóng phụ là mặt phẳng đáy nón. Theo bóng đổ của đoạn thẳng và mặt nón trên mặt phẳng này ta dễ dàng xác định hai đường sinh giới hạn của bóng bản thân của mặt nón là TH và TK và các điểm của đường cong bóng đổ cần tìm $1_b, 2_b, 3_b, 4_b$ nhờ bóng đổ phụ của các đường sinh TH, TM, TN, TK.



Hình III -49



Hình III -50



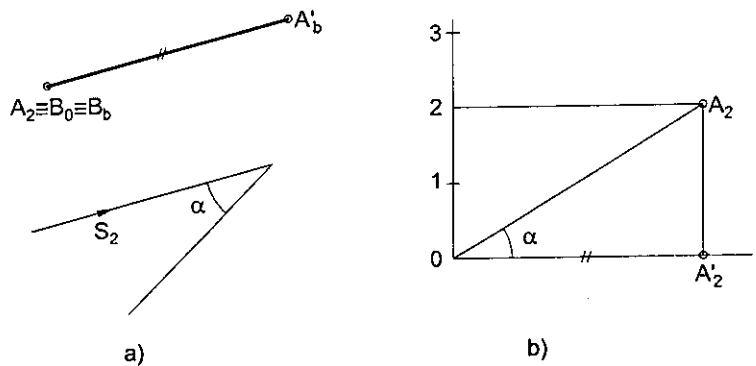
Hình III -51

Trên hình III-50 và hình III-51 trình bày cách vẽ bóng lên thân của các đầu cột hình hộp và hình trụ. Hướng tia sáng là s' , s'_2 đường bao quanh bóng đổ cần tìm được vẽ từng điểm bằng phương pháp mặt phẳng cắt tia sáng. Ví dụ điểm A_b , bóng đổ của điểm A được vẽ như sau: mặt phẳng tia sáng qua A cắt thân cột theo đường sinh a. Tia sáng qua A cắt a tại điểm A_b cần tìm.

Chương 5

BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU CÓ SỐ

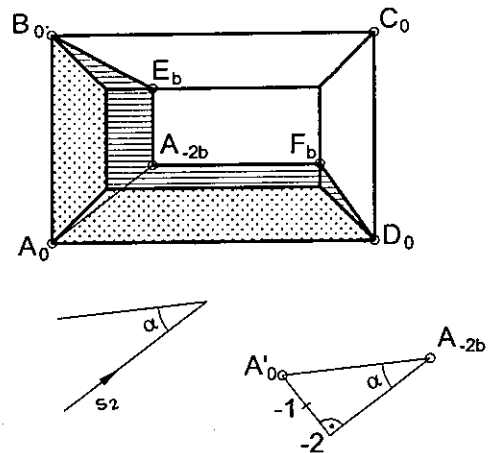
Trong các bản vẽ hình chiếu có số, bóng của các công trình đổ lên mặt địa hình giúp người xem hình dung dễ dàng hơn hình dáng của mặt địa hình và kích thước, hình dáng của công trình. Khi vẽ bóng trên hình chiếu có số, người ta thường cho trước hướng tia sáng s , biểu diễn bằng hình chiếu bởi s_2 và góc nghiêng α của tia sáng s đối với mặt phẳng chuẩn, thường viết: (s_2, α) .



Hình III-52

Trong hình III-52a trình bày cách vẽ bóng của đoạn thẳng đứng B_0A_2 đổ lên mặt phẳng P_0 theo hướng tia sáng (s_2, α) .

Hướng của đoạn bóng đổ $B_0A'_b$ song song với s_2 . Độ dài của đoạn bóng đổ $B_0A'_b$ được xác định bằng biểu đồ phụ trợ như hình III-52b, trong đó $B_0A_b = 0A'_2$ và $A_2A'_2 = 2$ đơn vị tỷ lệ xích - chiều cao điểm A.



Hình III-53

Trên hình III-53 vẽ bóng của một hộc chứa lọ thiên. Miệng hộc $A_0B_0C_0D_0$ cách đáy hộc 2 đơn vị. Hướng tia sáng là (s_2, α) .

Trên hình III-56 vẽ bóng đổ của cây cầu đổ xuống hai mặt đê và mặt nước. Hướng tia sáng là s_2, α . Các đường bóng đổ a_b, b_b được xác định nhờ hình chập của tiết diện mặt địa hình với mặt phẳng tia sáng chứa cạnh $F_{0,8}F_6$.

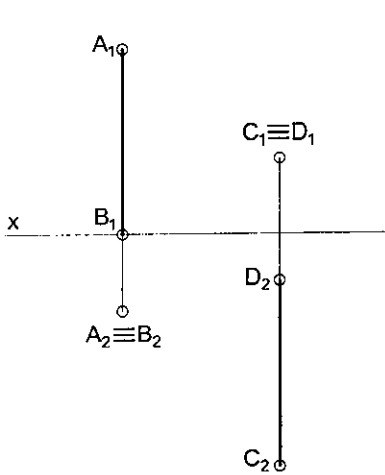
Bóng đổ các cạnh thẳng đứng $E_{0,8}D_6, F_{0,8}F_6, K_{0,8}K_6$ và $I_{0,8}I_6$ là các đoạn thẳng song song với hình chiếu bằng tia sáng. Cách vẽ bóng đổ của các thanh chống chéo thấy rõ trên hình III-56a.

Hình III-56b trình bày cách vẽ bóng đổ lên mặt địa hình của điểm N_3 của thanh chống chéo N_3M_6 . Bóng của các điểm khác của các thanh chống chéo được vẽ tương tự.

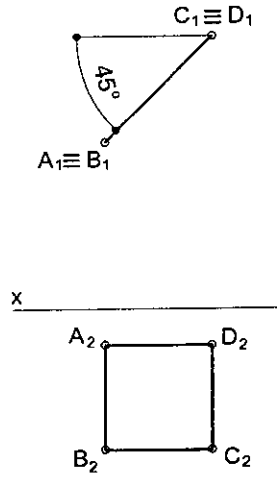
CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

Chương 1 – BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU THẲNG GÓC

1. Khi nào thì một mặt có bóng bản thân và có bóng đổ lên mặt khác?
2. Định nghĩa đường bao quanh bóng bản thân của một mặt và đường bao quanh bóng đổ của nó lên một mặt khác.
3. Trình bày các phương pháp vẽ bóng và các điều cần chú ý khi vẽ bóng.
4. Vẽ bóng của các đoạn thẳng chiếu AB và CD lên các mặt phẳng hình chiếu. Có nhận xét gì về hình dạng của bóng vừa vẽ (hình III-57)?

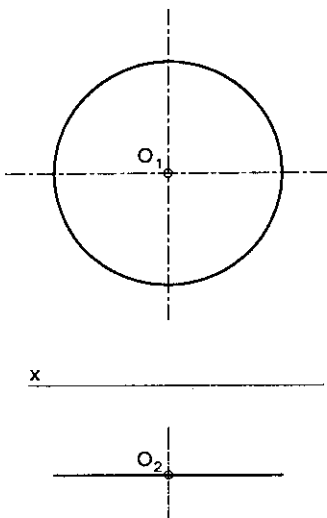


Hình III-57

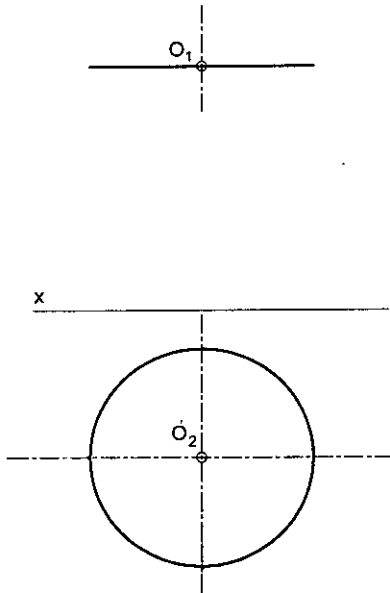


Hình III-58

5. Vẽ bóng của hình chữ nhật ABCD (hình III-58), của các hình tròn tâm O (hình III-59 và III-60) đổ lên các mặt phẳng hình chiếu. Có nhận xét gì về hình dạng của bóng vừa vẽ?



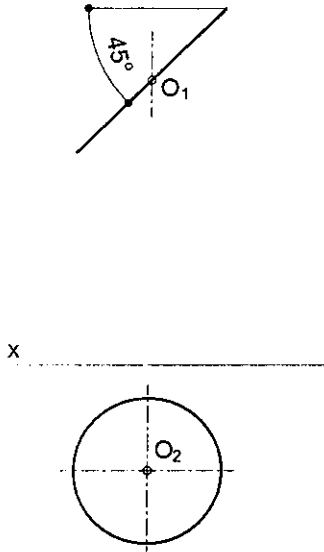
Hình III-59



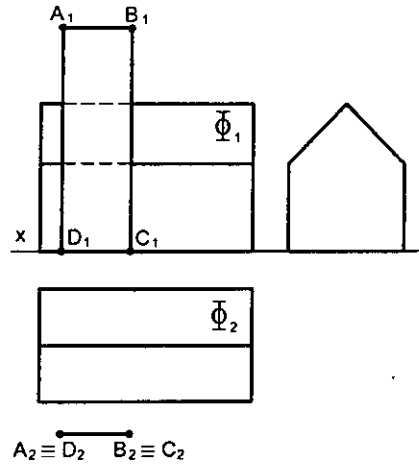
Hình III-60

6. Vẽ bóng của hình tròn chiếu đứng, tâm O (hình III-61) đổ lên các mặt phẳng hình chiếu. Biết rằng hình tròn nghiêng một góc 45° với mặt phẳng bằng. Có nhận xét gì về hình dạng của bóng vừa vẽ?

7. Vẽ bóng của bản phẳng ABCD đổ lên hình Φ và đổ lên các mặt phẳng hình chiếu (hình III-62).



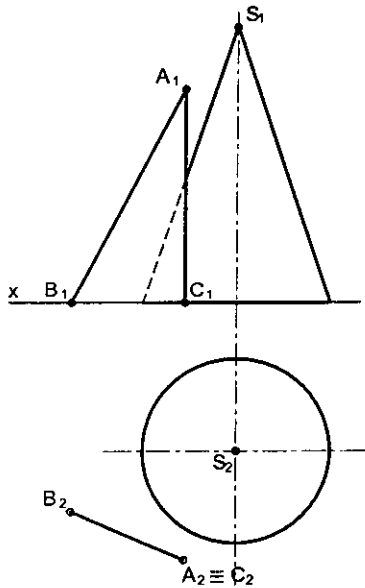
Hình III-61



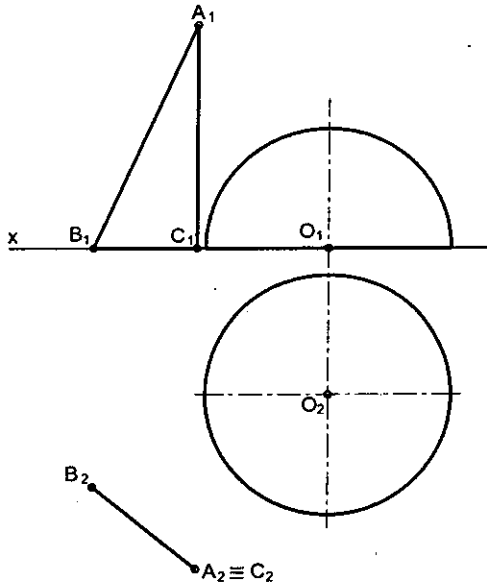
Hình III-62

8. Vẽ bóng của bản phẳng ABC đổ lên các mặt nón tròn xoay (hình III-63).

9. Vẽ bóng của bản phẳng ABC đổ lên bán mặt cầu (hình III-64).



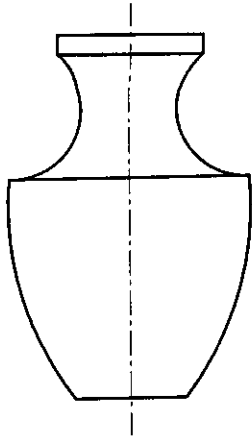
Hình III-63



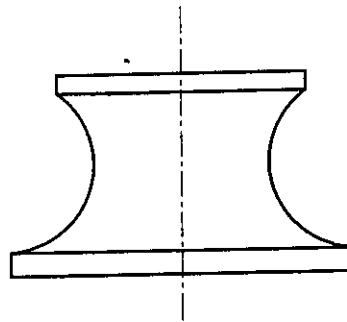
Hình III-64

10. Vẽ bóng trên các mặt tròn xoay trục thẳng đứng (hình III-65 và hình III-66).

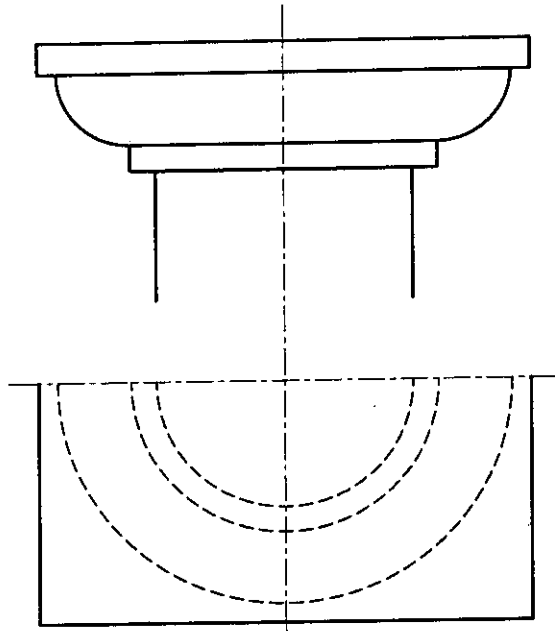
11. Vẽ bóng trên đầu cột cho trên hình III-67.



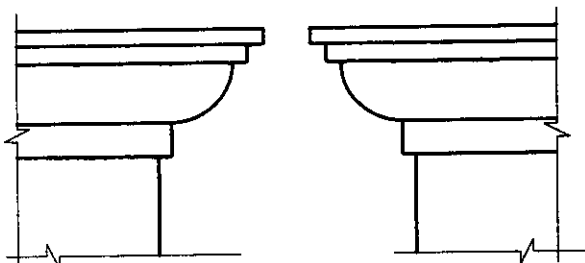
Hình III-65



Hình III-66



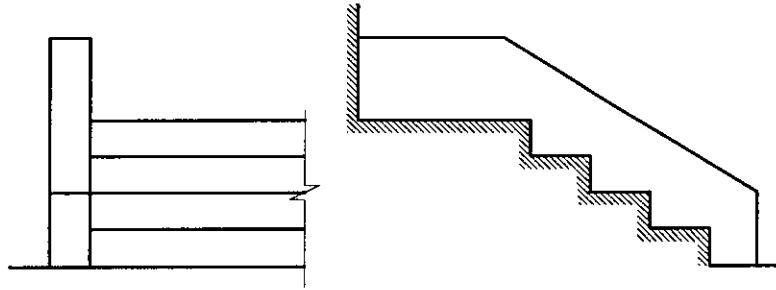
Hình III-67



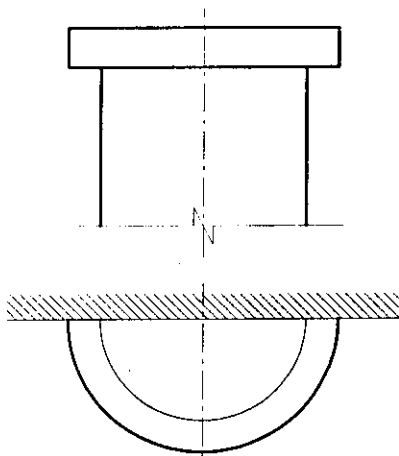
Hình III-68

12. Vẽ bóng trên mái đua cho bằng hình chiếu đứng và hình chiếu cạnh của nó (hình III-68).

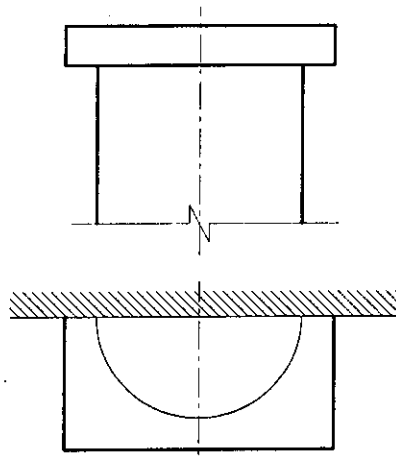
13. Vẽ bóng trên bậc thềm (hình III-69).



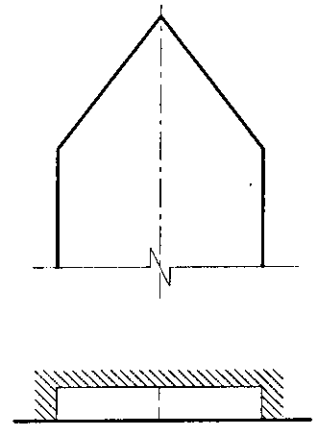
Hình III-69



Hình III-70



Hình III-71

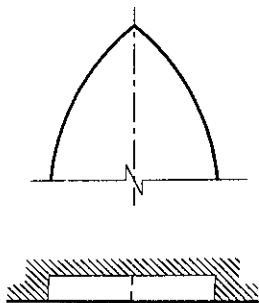


Hình III-72

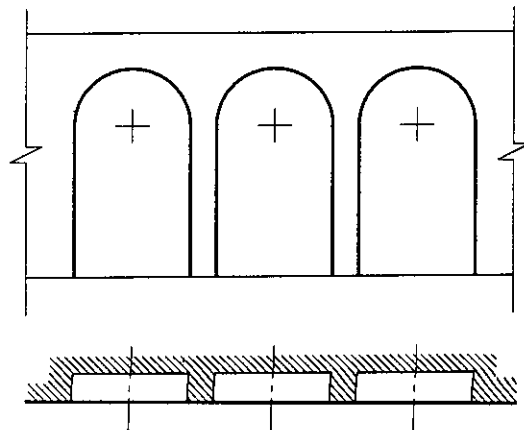
14. Vẽ bóng trên cột và trên tường (hình III-70 và III-71).

15. Vẽ bóng trên các hõm tường cho trên hình III-72 và III-73.

16. Vẽ bóng của các vòm trụ đáy tròn đổ lên tường sau (hình III-74).



Hình III-73

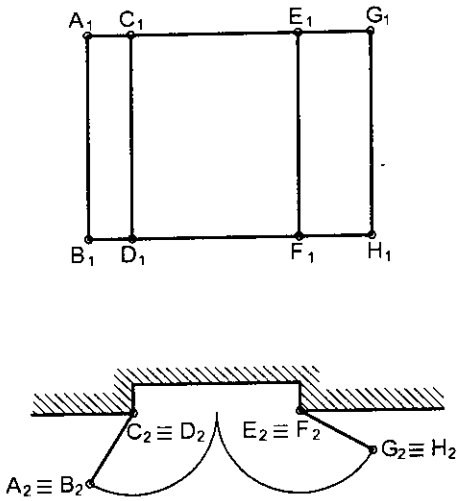


Hình III-74

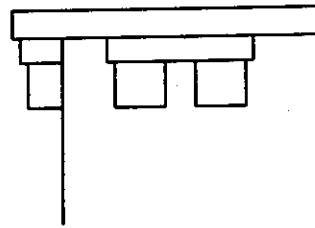
17. Vẽ bóng các cánh cửa đổ lên cửa lõm và tường (hình III-75).

18. Vẽ bóng của tấm nắp đổ lên gờ tường và cửa cả tấm nắp, cửa gờ tường đổ lên mặt tường sau (hình III-76).

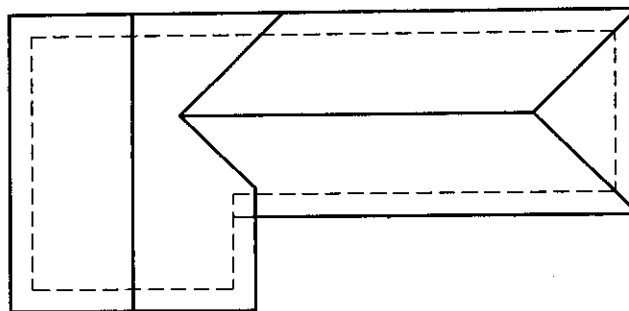
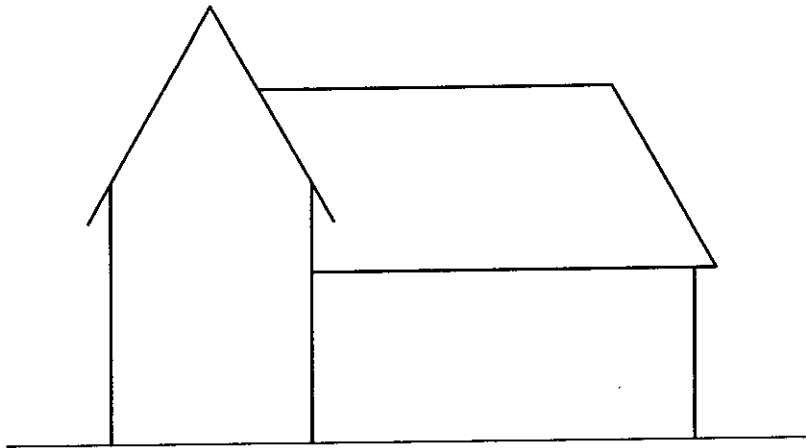
19. Vẽ bóng của các ngôi nhà (hình III-77 và III-78).



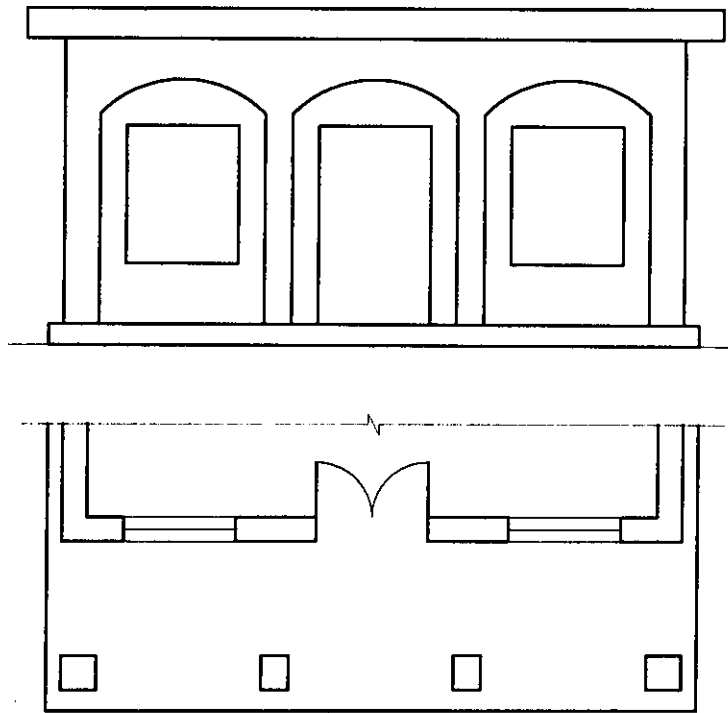
Hình III-75



Hình III-76



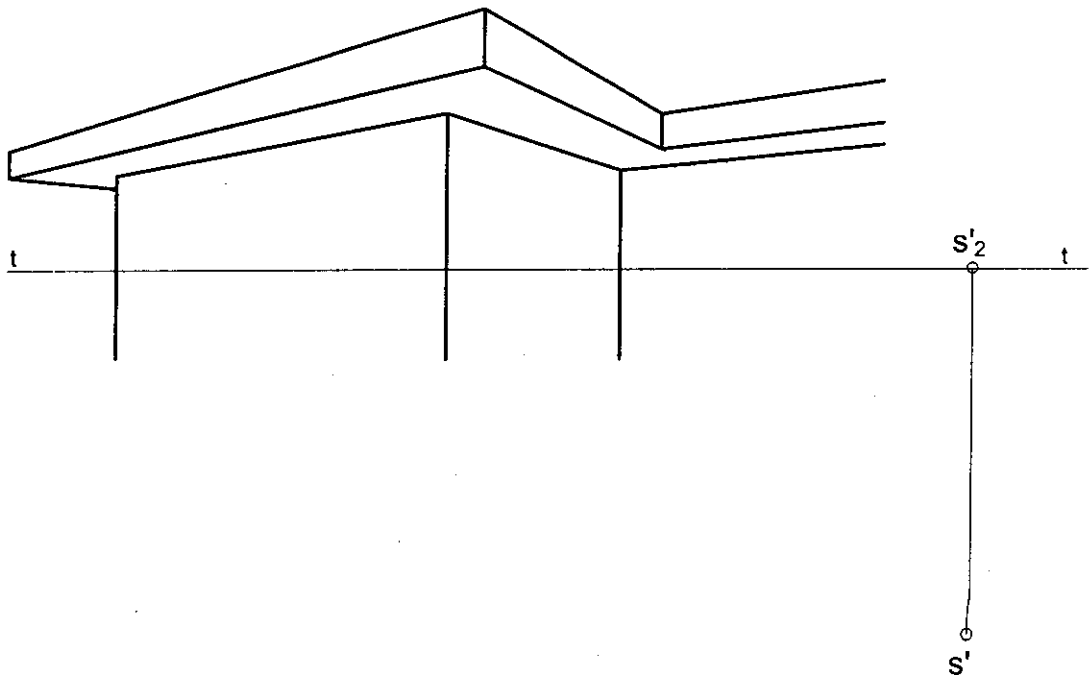
Hình III-77



Hình III-78

Chương 2 – BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH

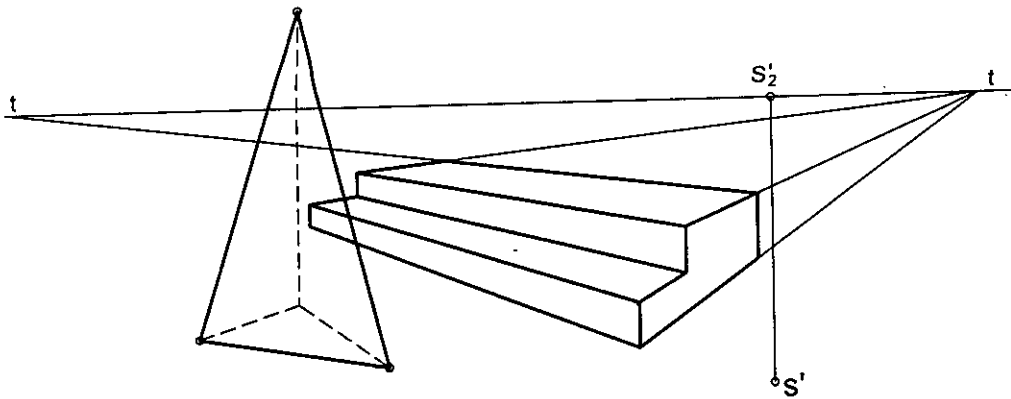
1. Vẽ bóng của chi tiết kiến trúc cho trên hình III-79.



Hình III-79

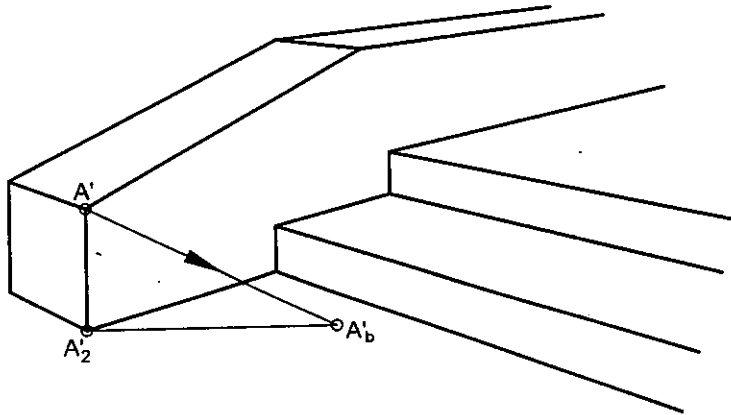


2. Vẽ bóng của mặt tháp đổ lên mặt lăng trụ và bóng của mặt tháp và mặt lăng trụ đổ lên mặt đất (hình III-80).



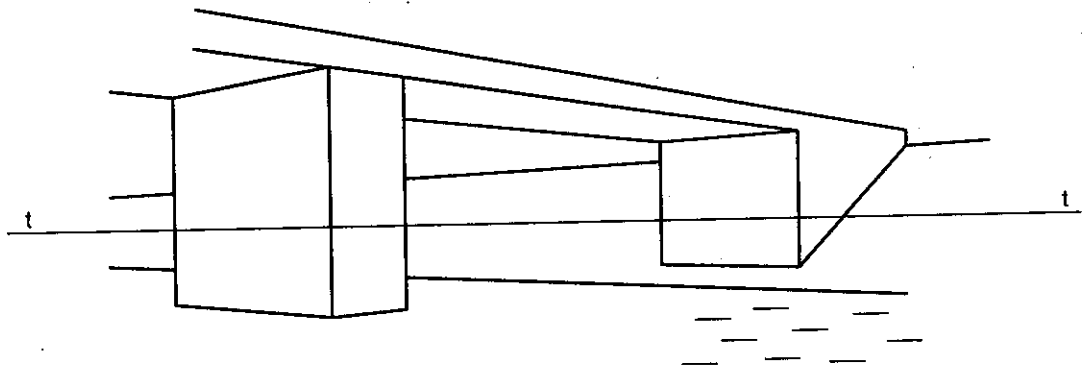
Hình III-80

3. Vẽ bóng ở các bậc thềm. Biết bóng của A đổ lên mặt đất là A'_b (hình III-81).



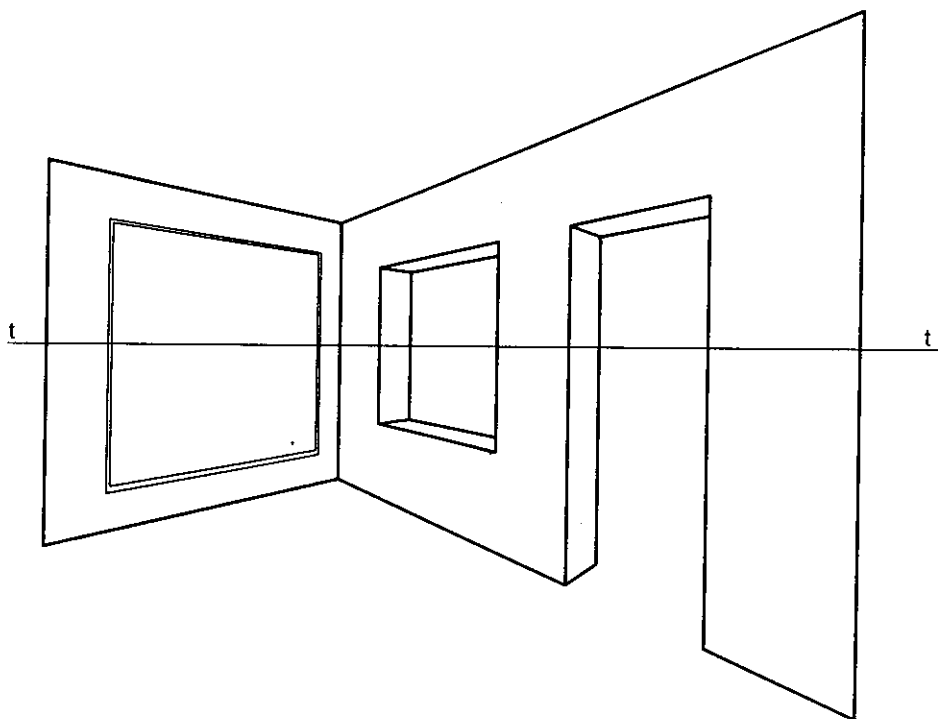
Hình III-81

4. Vẽ hình phản chiếu của cầu trên mặt nước (hình III-82).



Hình III-82

5. Vẽ hình phản chiếu trong gương của gian phòng cho trên hình III-83.

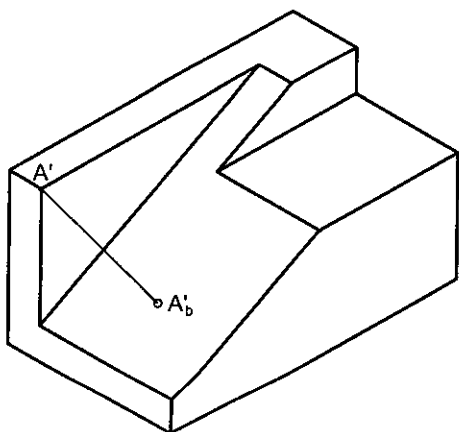


Hình III-83

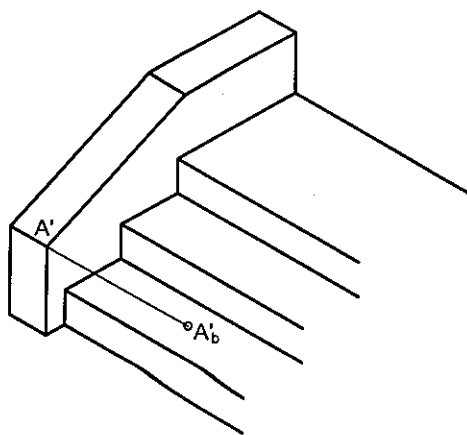
Chương 3 – BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU TRỰC ĐO

1. Vẽ bóng bản thân và bóng đổ từ phần này lên phần khác và lên mặt phẳng đáy của vật thể cho trên hình III-84. Cho biết bóng của điểm A là A_b .

2. Vẽ bóng của bộ tường đổ lên các bậc thềm, biết bóng đổ của điểm A là A_b (hình III-85).



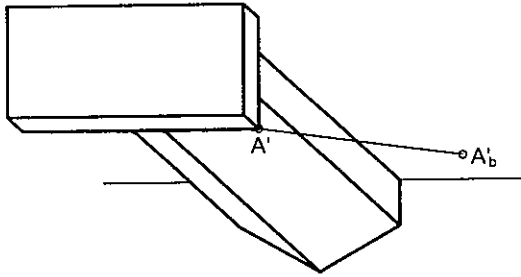
Hình III-84



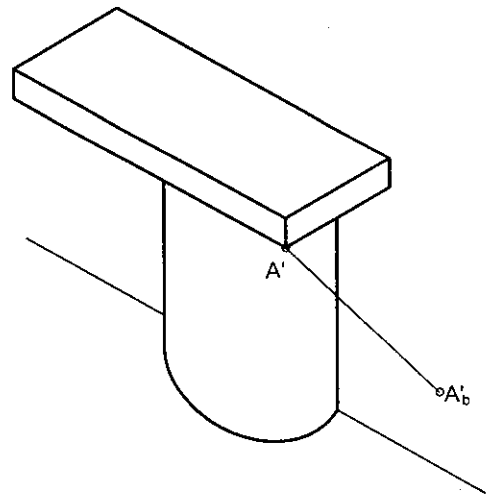
Hình III-85

3. Vẽ bóng bản thân và bóng đổ của cột có tấm nắp cho trên hình III-86 và III-87, biết bóng đổ lên tường của điểm A là A_b .

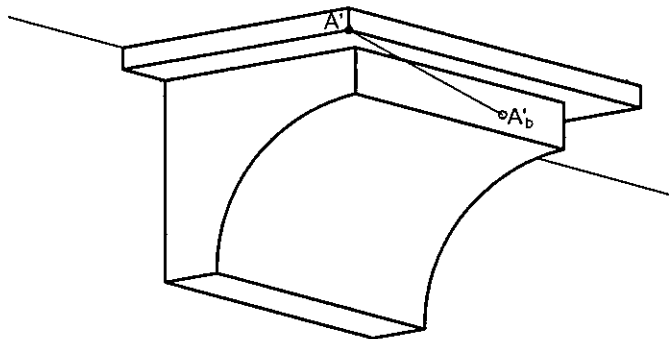
4. Vẽ bóng của chi tiết kiến trúc cho trên hình III-88, biết bóng của điểm A là A_b .



Hình III-86



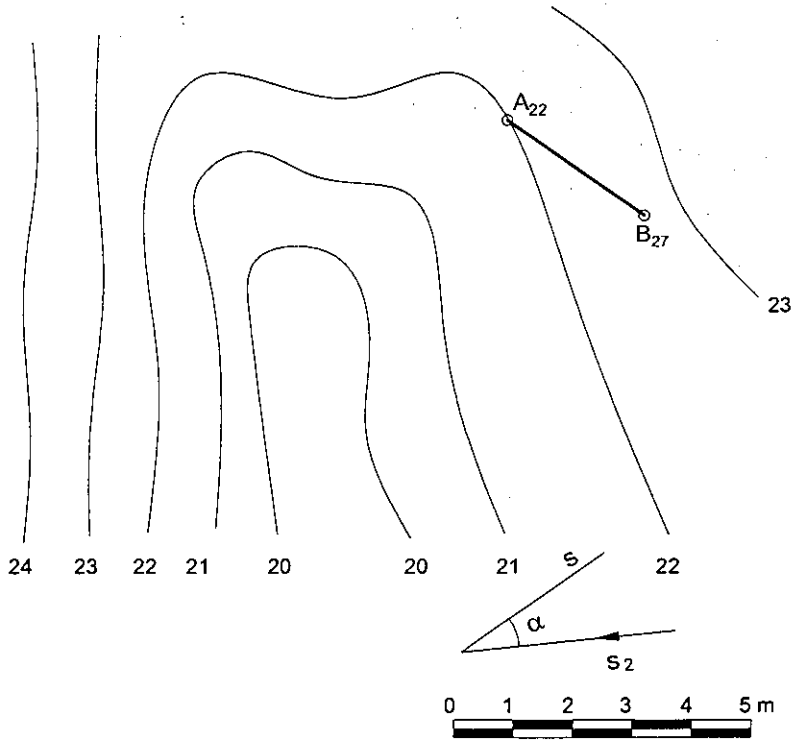
Hình III-87



Hình III-88

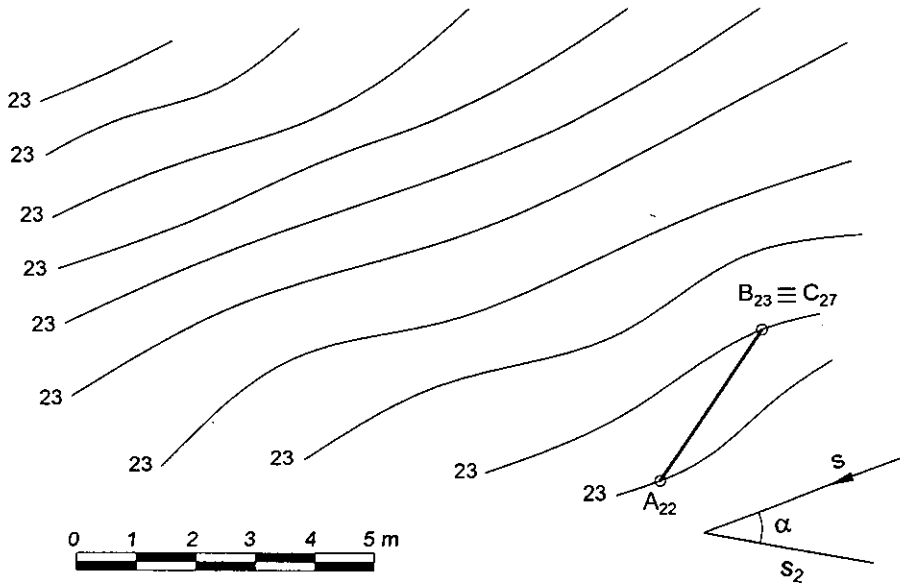
Chương 4 – BÓNG TRÊN HÌNH CHIẾU CÓ SỐ

1. Vẽ bóng của đoạn thẳng $A_{22}B_{27}$ đổ lên mặt địa hình (hình III-89).



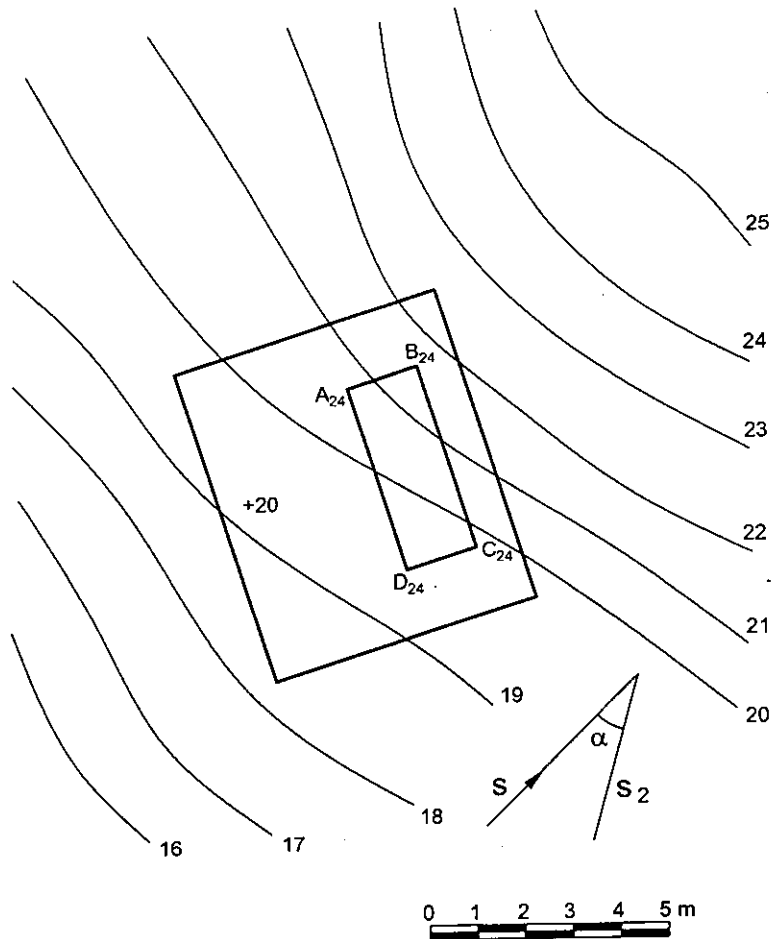
Hình III-89

2. Vẽ bóng của miếng phẳng hình tam giác $A_{22} B_{23} C_{27}$ đổ lên mặt địa hình (hình III-90).



Hình III-90

3. Hãy tạo một bãi đất phẳng có độ cao +20m, trên đó xây một ngôi nhà dạng hình hộp $A_{24}B_{24}C_{24}D_{24}$ (hình III-91). Vẽ giao tuyến của các mái dốc đất và đất đắp với mặt địa hình. Vẽ bóng của ngôi nhà đổ lên bãi đất và lên mặt địa hình. Cho độ dốc mái đất là $i = 1: 1$ và độ dốc mái đất là $i = 1: 1,5$.



Hình III-91

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Hình học hoạ hình* (Tập 2) – Bộ môn Hình học hoạ hình – Đại học Bách khoa – Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 1965.
2. *Hình học hoạ hình* (Tập 2) – Nguyễn Đình Điện (Chủ biên), Đỗ Mạnh Môn, Dương Tiến Thọ, Nguyễn Văn Tuấn – Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1972.
3. *Giáo trình Hình học hoạ hình* (Quyển II – Bóng) – GS. Đôbriacốp – bản dịch của Đỗ Mạnh Môn – Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 1959.
4. *Giáo trình Hình học hoạ hình* (Quyển III – Hình chiếu Phối cảnh) – GS. Đôbriacốp – bản dịch của Nguyễn Đình Điện – Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 1959.
5. *Giáo trình Hình học hoạ hình* (bản tiếng Nga) – C.M Kôlôtốp (Chủ biên). Kiép, 1961.
6. *Vẽ bóng trên bản vẽ kiến trúc* – Hoàng Văn Thân (Chủ biên), Đoàn như Kim, Dương Tiến Thọ – Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 2003.
7. *Hình chiếu Phối cảnh* – Dương Tiến Thọ – Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 1999.
8. *Vẽ kỹ thuật xây dựng* – Đoàn Như Kim (Chủ biên), Nguyễn Quang Cự, Nguyễn Sĩ Hạnh, Dương Tiến Thọ – Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 2006 (*Tái bản lần thứ 9*).
9. *Cours de Géometrie descriptive* (Tomes I et II). Prof. Hoang Van Than – Biskra, 1987.
10. *Architectural drawing – Perspective, light and shadow, Rendering* – Sherley W. Morgan. Lahabana, 1966.
11. *Histoire de l'art* – Hervé Loilier – Ecole Polytechnique. Ellipses, 1994.
12. *Le dessin d'architecture à main levée* – Magali Delgado Yanes, Ernest Redondo Dominguez – Eyrolles, Paris, 2004.

MỤC LỤC

Lời giới thiệu.....	3
Phần một – HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH	
Mở đầu	5
I. Mục đích của việc vẽ phối cảnh.....	5
II. Phép chiếu xuyên tâm	6
Chương 1. Biểu diễn các yếu tố hình học cơ bản	9
I. Hệ thống hình chiếu phối cảnh	9
II. Phối cảnh của điểm	10
III. Phối cảnh đường thẳng.....	11
1. Các đường thẳng đặc biệt	12
2. Các đường thẳng song song	14
IV. Phối cảnh mặt phẳng	15
Chương 2. Một số bài toán về vị trí và lượng	17
I. Giao của hai mặt phẳng và giao của đường thẳng với mặt phẳng	17
1. Giao của hai mặt phẳng	17
2. Giao của đường thẳng và mặt phẳng	18
II. Chia một đoạn thẳng ra một số phần theo một tỷ lệ cho trước.....	19
1. Đoạn thẳng nằm trong mặt phẳng vật thể.....	19
2. Đoạn thẳng trong không gian.....	19
III. Tìm hình thật của một đoạn thẳng	20
1. Đoạn thẳng AB song song với tranh.....	20
2. Đoạn thẳng AB nằm trong mặt vật thể có vị trí bất kỳ.....	21
IV. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng	23
V. Một số ví dụ ứng dụng	24
Chương 3. Vẽ phối cảnh từ hình chiếu thẳng góc.....	26
I. Trình tự vẽ hình chiếu phối cảnh.....	26
II. Phương pháp hai điểm tụ.....	29
III. Phương pháp một điểm tụ	33
IV. Phương pháp lưới	36
V. Vẽ phối cảnh nội thất.....	37
1. Phối cảnh nội thất chính diện	37
2. Phối cảnh nội thất góc.....	38

Chương 4. Phối cảnh một số chi tiết kiến trúc	41
I. Phối cảnh cầu thang thẳng.....	41
II. Phối cảnh phào trên bờ mái đua.....	42
III. Phối cảnh các bộ phận công trình có các đường tròn	44
1. Cách vẽ phối cảnh đường tròn	44
2. Phối cảnh một cổng vòm.....	46
IV. Phối cảnh cầu thang xoắn.....	46
V. Phối cảnh vật thể tròn xoay.....	48
VI. Phối cảnh sân khấu ngoài trời.....	50
Chương 5. Vẽ phối cảnh trên tranh nghiêng.....	52
I. Hệ thống hình chiếu phối cảnh trên mặt tranh nghiêng.....	53
II. Hình phối cảnh của điểm	53
III. Vẽ phối cảnh một vật thể theo hình chiếu thẳng góc	56
Câu hỏi và bài tập	58
Chương 1– Biểu diễn các yếu tố hình học cơ bản.....	58
Chương 2– Một số bài toán về vị trí và lượng	60
Chương 3– Vẽ phối cảnh từ hình chiếu thẳng góc.....	62
Chương 4– Phối cảnh một số chi tiết kiến trúc.....	65
Chương 5– Vẽ phối cảnh trên tranh nghiêng.....	67

Phần hai – HÌNH CHIẾU CÓ SỐ

Chương 1. Biểu diễn các yếu tố hình học	68
I. Hệ thống chiếu.....	68
II. Biểu diễn điểm	68
III. Biểu diễn đường thẳng.....	69
IV. Biểu diễn mặt phẳng	72
Chương 2. Biểu diễn đa diện và các mặt.....	78
I. Đa diện.....	78
II. Mặt cong	79
Chương 3. Một số bài toán liên quan đến các mặt khi biểu diễn các công trình đất.....	83
I. Bài toán vẽ giao tuyến của mặt phẳng và đa diện	83
II. Bài toán vẽ giao tuyến của mặt phẳng và mặt cong	84
III. Bài toán vẽ giao tuyến của mặt phẳng và mặt địa hình.....	84
IV. Bài toán vẽ giao tuyến của mặt cong và mặt địa hình	86
V. Bài toán xác định giới hạn đào và đắp của công trình đất	88
Câu hỏi và bài tập	92

Phần ba – BÓNG TRÊN CÁC HÌNH CHIẾU

Chương 1. Khái niệm chung	94
I. Các định nghĩa	94
II. Các phương pháp vẽ bóng thường dùng	95
1. Phương pháp mặt phẳng tia sáng cắt	95
2. Phương pháp tia ngược	96
3. Phương pháp mặt tiếp xúc.....	97
III. Những điểm cần chú ý khi vẽ bóng	98
Chương 2. Bóng trên hình chiếu thẳng góc	100
I. Hướng tia sáng. Bóng của điểm, đường thẳng, hình phẳng	100
II. Bóng của một số vật thể hình học đơn giản	102
1. Bóng của đa diện.....	102
2. Bóng của mặt nón	102
3. Bóng của mặt tròn xoay có trục thẳng đứng	105
III. Bóng của một số chi tiết kiến trúc.....	112
1. Bóng của ống khói đổ lên mái nhà.....	112
2. Bóng của cửa sổ mái.....	114
3. Bóng ở các bậc thềm.....	115
4. Bóng của mái đua.....	116
5. Bóng của tấm nấp các cột.....	118
6. Bóng trên các hõm tường	122
Chương 3. Bóng trên hình chiếu phối cảnh	126
I. Hướng tia sáng.....	126
II. Bóng của một số chi tiết kiến trúc.....	128
III. Hình phản chiếu trong nước, trong gương	134
IV. Bóng trên hình chiếu phối cảnh trên mặt tranh nghiêng	136
Chương 4. Bóng trên hình chiếu trục đo	139
Chương 5. Bóng trên hình chiếu có số	141
Câu hỏi và bài tập	145
Chương 1– Bóng trên hình chiếu thẳng góc	145
Chương 2–Bóng trên hình chiếu phối cảnh	150
Chương 3–Bóng trên hình chiếu trục đo	152
Chương 4–Bóng trên hình chiếu có số	154
Tài liệu tham khảo	156

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập VŨ VĂN HÙNG

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Phó Tổng biên tập NGÔ ÁNH TUYẾT
Giám đốc Công ty CP Sách ĐH-ĐN NGÔ THỊ THANH BÌNH

Biên tập tái bản:

NGUYỄN HÀ XUÂN

Trình bày bìa:

ĐINH XUÂN DŨNG

Chế bản:

TRẦN THỊ PHƯỢNG

Công ty CP Sách Đại học – Dạy nghề, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam
giữ quyền công bố tác phẩm.

HÌNH HỌC HỌA HÌNH – TẬP HAI

HÌNH CHIẾU PHỐI CẢNH – HÌNH CHIẾU CÓ SỐ – BÓNG TRÊN CÁC HÌNH CHIẾU

Mã số: 7K805y3-DAI

Số đăng kí KHXB : 1118 - 2013/CXB/ 3- 1325/GD.

In 800 cuốn (QĐ in số : 64), khổ 19 x 27 cm.

In tại Công ty CP In Phúc Yên.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 09 năm 2013.





**THƯ VIỆN
HUBT**

TÀI LIỆU PHỤC VỤ THAM KHẢO NỘI BỘ



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ
HEVOBCO
Địa chỉ: 25 Hàn Thuyên, Hà Nội

TÌM ĐỌC

SÁCH THAM KHẢO VẼ KỸ THUẬT CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

- | | |
|--|---|
| 1. HÌNH HỌC HỌA HÌNH (Hai tập) | Nguyễn Đình Điện
Đỗ Mạnh Môn |
| 2. BÀI TẬP HÌNH HỌC HỌA HÌNH | Nguyễn Quang Cự (Chủ biên) |
| 3. VẼ KỸ THUẬT CƠ KHÍ (Hai tập)
<i>Sách dùng cho hệ Đại học</i> | Trần Hữu Quế (Chủ biên)
Đặng Văn Cứ
Nguyễn Văn Tuấn |
| 4. BÀI TẬP VẼ KỸ THUẬT CƠ KHÍ (Hai tập)
<i>Sách dùng cho hệ Đại học</i> | Trần Hữu Quế
Nguyễn Văn Tuấn |
| 5. VẼ KỸ THUẬT
<i>Sách dùng cho hệ Cao đẳng</i> | Trần Hữu Quế
Nguyễn Văn Tuấn |
| 6. BÀI TẬP VẼ KỸ THUẬT
<i>Sách dùng cho hệ Cao đẳng</i> | Trần Hữu Quế
Nguyễn Văn Tuấn |
| 7. GIÁO TRÌNH VẼ KỸ THUẬT
<i>Sách dùng cho hệ Trung cấp chuyên nghiệp</i> | Trần Hữu Quế
Nguyễn Văn Tuấn |
| 8. BÀI TẬP VẼ KỸ THUẬT
<i>Sách dùng cho hệ Trung cấp chuyên nghiệp</i> | Trần Hữu Quế |
| 9. BẢN VẼ KỸ THUẬT - TIÊU CHUẨN QUỐC TẾ
<i>(Sách dịch) Sách tham khảo</i> | Trần Hữu Quế
Nguyễn Văn Tuấn |

Bạn đọc có thể mua tại các Cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam:

Tại Hà Nội: 25 Hàn Thuyên, Quận Hai Bà Trưng, Tel: 043.9718437;

Tại Đà Nẵng: 76 – 78 Bạch Đằng; 63 Phan Đăng Lưu, Quận Hải Châu;

Tại Thành phố Hồ Chí Minh: Chi nhánh Công ty CP Sách Đại học, Dạy nghề,
90 Trần Bình Trọng, Quận 5, Tel: 083. 8380332;

63 Vĩnh Viễn, phường 2, quận 10;

146M Nguyễn Văn Thủ, Phường Đa Cao, quận 1;

Tại Thành phố Cần Thơ: 162D, đường 3/2, quận Ninh Kiều;

Website: www.nxbgd.vn



Giá: 36.000 đ